

09 Algebraïsche verbanden

CORRECTIESLEUTEL

Inhoud

and tussen 2 grootheden weergeven
 functies
 onderlinge ligging van 2 grafieken
 computationeel denken
 Signaal oefeningen
 Differentiatietraject
 Studiewijzer

WAT JE AL KUNT

- coördinaat van een punt aflezen in een cartesiaans assenstelsel
- informatie aflezen uit tabellen van eenvoudige verbanden
- de grafiek tekenen van recht evenredige grootheden
- een formule opstellen bij evenredige verbanden
- een formule opstellen bij het vaststellen van een patroon of regelmaat

WAT JE LEERT IN DEZE MODULE

- waarden uit een gegeven tabel of gegeven grafiek aflezen
- het verloop van de gegevens in een gegeven tabel of uit een gegeven grafiek bespreken
- voor een gegeven formule de waarde in één veranderlijke berekenen
- het verband tussen twee veranderlijke grootheden door middel van een tabel, grafiek of formule weergeven
- het verband leggen tussen de verschillende representaties van een functie: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- basisbegrippen in verband met functies gebruiken
- de onderlinge ligging van twee grafieken vergelijken en interpreteren

IN DE KIJKER

Je neemt een **kritische houding** aan bij het interpreteren en veralgemenen van gegevens.

WISKUNDETAAL

- tabel
- grootheid
- interpoleren
- extrapoleren
- grafiek
- onafhankelijke veranderlijke
- afhankelijke veranderlijke
- functievoorschrift
- functie
- functiewaarde
- origineel
- beeld
- nulwaarde
- domein
- dom f
- bereik
- ber f



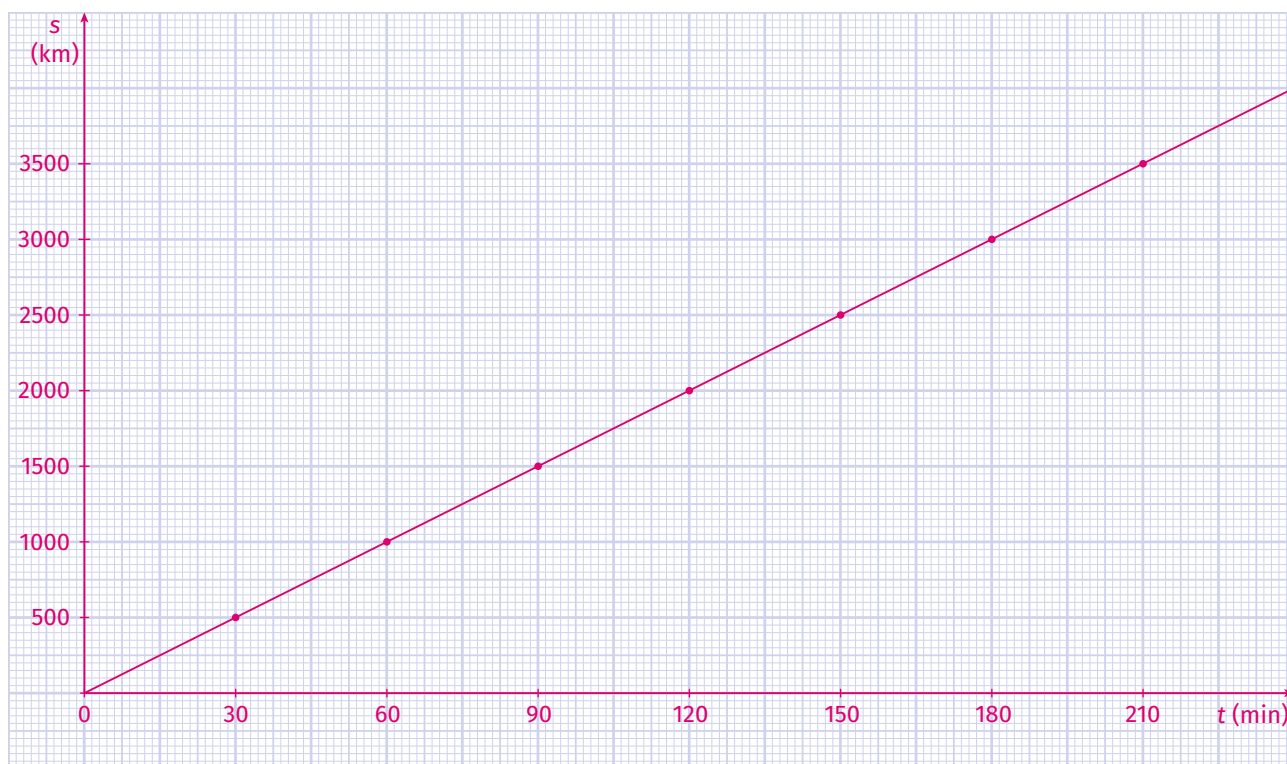
Opdracht 1

Een vliegtuig vliegt met een constante snelheid van 1000 km/h.

a) Vul onderstaande tabel aan.

TIJD t (minuten)	30	60	90	120	150	180	210
AFGELEGDE WEG s (km)	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500

b) Plaats de gegevens uit de tabel in een grafiek. (De tijd is de horizontale as en de afgelegde weg is de verticale as.)



c) Het verband tussen de tijd (in minuten) en de afgelegde weg (in kilometer) is een recht / ~~omgekeerd~~ / ~~niet~~ evenredig verband.

Hoe kun je dit verband herkennen in de tabel?

Als de t -waarde met 30 toeneemt, neemt de s -waarde met 500 toe en als $t = 0$ dan is $s = 0$.

Hoe kun je dit verband herkennen in de grafiek?

Het is een rechte door de oorspong.

d) Stel de **letterformule** op die het verband tussen de tijd t en de afgelegde weg s voorstelt:

$$\frac{s}{t} = \frac{500}{30} \Leftrightarrow s = \frac{50}{3}t$$

Opdracht 2: Gegevens uit een tabel

In een onderzoek werd gevraagd hoe vaak men internet gebruikte tijdens de laatste 3 maanden.

LEEFTIJD	MINDER DAN 1 KEER PER WEEK	MINSTENS 1 KEER PER WEEK, MAAR NIET ELKE DAG	ELKE DAG
16–24 JAAR	1 %	7 %	92 %
25–34 JAAR	1 %	5 %	93 %
35–44 JAAR	1 %	8 %	91 %
45–54 JAAR	3 %	12 %	85 %
55–64 JAAR	3 %	18 %	79 %
65–74 JAAR	4 %	20 %	75 %

Bron: Algemene Directie Statistiek – Statistics Belgium

a) Wat betekent 12 % in deze tabel?

12 % van de mensen tussen 45 en 54 jaar gebruikten de laatste 3 maanden minstens 1 keer per week, maar niet elke dag, het internet.

b) Bij welke groep mensen is het procentueel aandeel van het aantal mensen dat elke dag internet gebruikt het grootst?

25–34 jaar

c) Hoe verklaar je dat de som van de percentages voor de groep 65–74 jaar niet gelijk is aan 100 %?

De percentages werden afgerond.

Opdracht 3: Patronen en formules

Een fabrikant produceert afsluitingen volgens dit patroon.



a) Vervolledig de tabel.

NUMMER VAN DE FIGUUR	1	2	3	4	5
AANTAL HOUTEN BALKJES	4	7	10	13	16

b) Stel een formule op die het aantal houten balkjes (= b) weergeeft in functie van het nummer (= n) van de figuur.

$$b = 3n + 1$$

c) Hoeveel balkjes bevat de afsluiting bij de twaalfde figuur?

$$3 \cdot 12 + 1 = 37 \rightarrow 37 \text{ balkjes}$$

1 Het verband tussen 2 grootheden weergeven

1.1 In een tabel

Als je een bergwandeling maakt, merk je dat hoe hoger je gaat, hoe kouder het wordt. In de tabel vind je de buitentemperatuur bij een welbepaalde hoogte.

HOOGTE (m)	TEMPERATUUR (°C)
1000	8,5
1600	4,6
2400	−0,6
3400	−7,1
4600	−14,9
6000	−24,0



In de tabel lezen we twee **grootheden** af. De hoogte in meter en de temperatuur in graden Celsius. Uit de tabel kun je afleiden dat de buitentemperatuur **8,5 °C** bedraagt op een hoogte van **1000 m**.

Voor- en nadelen van het voorstellen van grootheden in een tabel:

- Het is overzichtelijk, maar een verband afleiden is moeilijk.
- Gegeven waarden kunnen exact afgelezen worden.
- Er zijn maar een beperkt aantal waarden gegeven.
- We moeten kritisch zijn bij het veralgemenen en het berekenen van tussenliggende of verderliggende waarden.

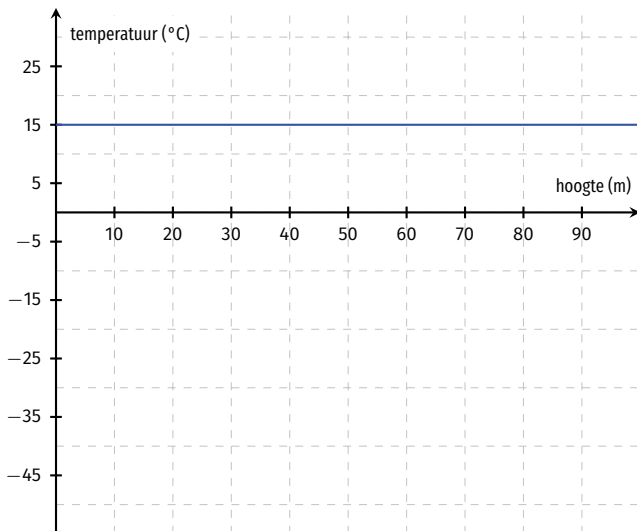
We kunnen ons nu een aantal vragen stellen:

- Is er een verband tussen de grootheden "hoogte" en "temperatuur"?
- Kunnen we de buitentemperatuur bepalen voor een hoogte die **tussen** twee hoogtes uit de tabel ligt?
We noemen dit **interpoleren**.
Voorbeeld: Wat is de buitentemperatuur bij een hoogte van 1500 m?
- Kunnen we de buitentemperatuur bepalen voor een hoogte die **kleiner of groter** is dan de hoogtes uit de tabel?
We noemen dit **extrapoleren**.
Voorbeeld: Wat is de buitentemperatuur bij een hoogte van 8000 m?

1.2 In een grafiek

We bekijken even verschillende grafieken over het verband tussen de hoogte en de temperatuur.

Grafiek 1: temperatuur en hoogte tot 100 m



AANDACHT

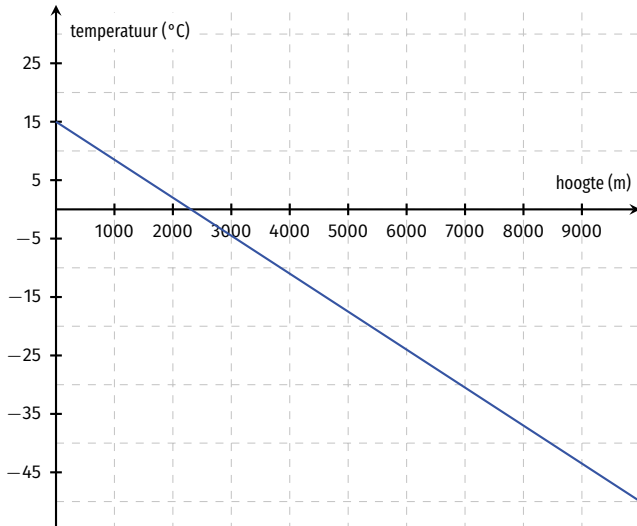


We verspringen op de x-as per 10 m.

Vaststellingen

- Je merkt op de grafiek zichtbaar (en voelbaar) geen temperatuurverschil als je je een paar meter hoger bevindt.
- Je zou kunnen vermoeden dat de temperatuur constant blijft.

Grafiek 2: temperatuur en hoogte met de gegevens uit de tabel bij 1.1



AANDACHT



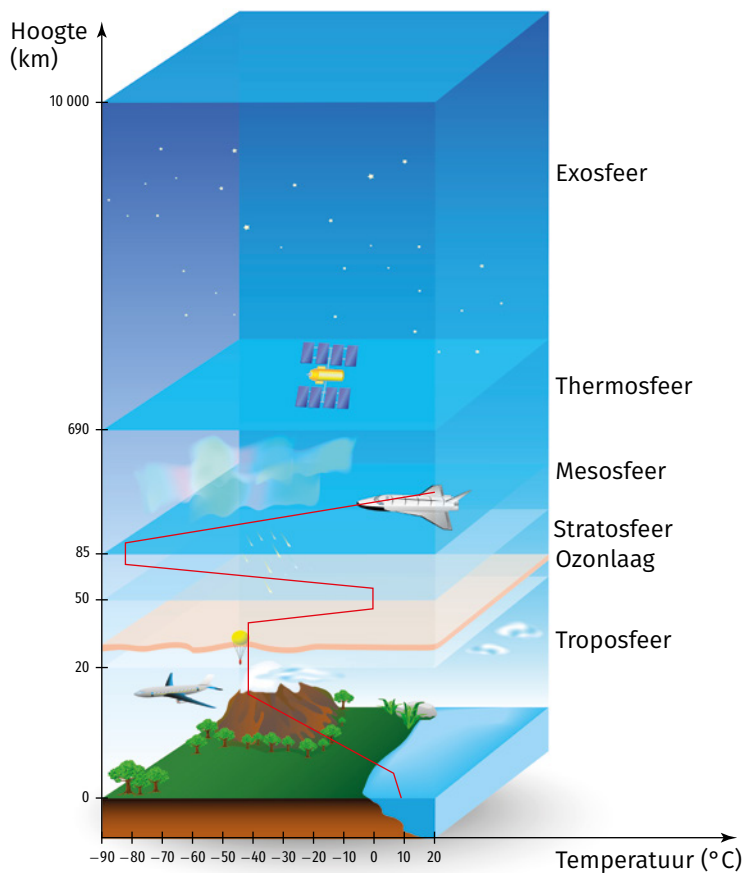
We verspringen op de x-as per 1000 m.

Vaststellingen

- Het vermoeden dat de temperatuur constant blijft wordt ontkracht.
- We stellen vast dat de temperatuur daalt als we ons op een hoger punt bevinden. Maar mogen we dit veralgemenen?

Grafiek 3: temperatuur en hoogte zoals onderzocht door wetenschappers

Deze grafische voorstelling vonden we terug in een wetenschappelijk onderzoek.



AANDACHT



- Hier wordt de hoogte weergegeven op de verticale as en de temperatuur op de horizontale as.
- De verdeling op de verticale as is voor een stuk vertekend. Men heeft niet overal dezelfde schaal gebruikt. Op die manier zijn de grote hoogtes ook weergegeven en krijg je toch een goed beeld van de temperatuur in elke laag.
- Toch moet je opletten voor misleiding.

We stellen vast dat de temperatuur in bepaalde hoogte-intervallen daalt, maar in andere stijgt of zelfs constant blijft. Deze informatie haalden we niet uit de tabel en ontkracht ook de indruk die we hadden bij de tweede grafiek.

Voor- en nadelen van grafische voorstellingen (lijngrafieken):

- Grafieken kunnen een beeld geven, maar enkel voor een bepaald interval.
- Exacte waarden aflezen uit de grafiek is niet altijd eenvoudig en dus vaak benaderend.
- We moeten voorzichtig zijn met het veralgemenen van vaststellingen.
- Het is overzichtelijk en visueel.
- Bijzondere waarden (snijpunten met assen, minimum, maximum) vallen onmiddellijk op.
- Afhankelijk van de gebruikte schaal kun je andere indrukken hebben. Je moet oppassen voor misleiding.

1.3 In een algebraïsch verband of formule

Je kunt een formule opstellen om de temperatuur benaderend te berekenen als je de hoogte kent. In de troposfeer daalt de temperatuur met ongeveer $6,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ per 1000 m.

Bij een grondtemperatuur van $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ kun je de volgende formule gebruiken:

$$t = 15 - 0,0065 \cdot h$$

h : de hoogte in m
 t : de temperatuur in $^{\circ}\text{C}$

Om de temperatuur te berekenen of de hoogte te bepalen kun je gebruik maken van de formule.

Voorbeeld 1

Je kunt de grondtemperatuur (hoogte = 0 m) controleren met de formule.

$$t = 15 - 0,0065 \cdot 0$$

$$t = 15$$

Antwoord: De grondtemperatuur is inderdaad $15\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Voorbeeld 2

Je kunt de temperatuur bepalen bij een hoogte van 1500 m.

$$t = 15 - 0,0065 \cdot 1500$$

$$t = 15 - 9,75$$

$$t = 5,25$$

Antwoord: Op een hoogte van 1500 m bedraagt de temperatuur $5,25\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Voor- en nadelen van het voorstellen van grootheden in een formule:

- Je kunt eenvoudig waarden berekenen aan de hand van de formule.
- Je zult de resultaten soms afronden tot op een bepaalde nauwkeurigheid.



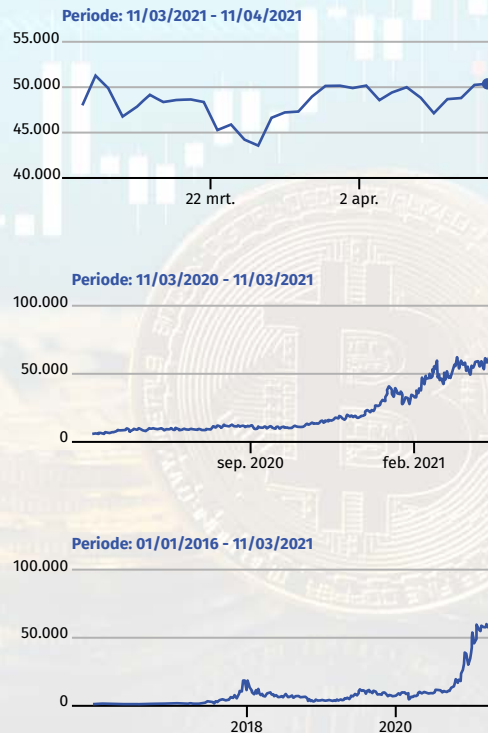
Verwerkingsopdrachten

1,2

1

Bitcoin (BTC) is een cryptomunt en wordt ook als betaalmiddel gebruikt (zonder tussenpersoon). Hieronder zie je gegevens in verband met de waarde van 1 BTC in euro (april 2021).

Datum	Laatste
11.04.2021	50.357,3
10.04.2021	50.148,9
09.04.2021	48.924,4
08.04.2021	48.776,4
07.04.2021	47.267,9
06.04.2021	48.938,6
05.04.2021	49.937,5
04.04.2021	49.533,3
03.04.2021	48.769,3
02.04.2021	50.136,3
01.04.2021	49.893,1
31.03.2021	50.042,0
30.03.2021	50.119,2
29.03.2021	48.881,4
28.03.2021	47.335,3
27.03.2021	47.356,3
26.03.2021	46.714,3
25.03.2021	43.670,9
24.03.2021	44.374,5
23.03.2021	45.965,1
22.03.2021	45.468,3
21.03.2021	48.336,3
20.03.2021	48.870,1
19.03.2021	48.861,8
18.03.2021	48.439,9
17.03.2021	49.139,5
16.03.2021	47.793,0
15.03.2021	46.740,5
14.03.2021	49.345,8
13.03.2021	51.225,8
12.03.2021	47.804,6
11.03.2021	48.203,8



a) Welke informatie haal je uit deze voorstellingswijzen?

De waarde van 1 BTC voor een gegeven periode.

b) Tussen welke grootheden wordt er hier een verband weergegeven?

De tijd en de waarde van 1 BTC in euro.

c) Welke voorstellingswijze geniet jouw voorkeur?

Bv. de laatste grafiek, want deze toont duidelijk de grote recente stijging.

d) Waarom zijn de grafische voorstellingen misleidend?

De 2 onderste grafische voorstellingen doen uitschijnen dat de waarde van bitcoin bijna alleen maar stijgt, terwijl de waarde op korte termijn voortdurend op- en neergaat.

e) Formuleer twee vaststellingen in verband met de bitcoin.

- Tussen februari en maart 2021 fluctueerde de waarde van de bitcoin tussen ongeveer 45 000 en 50 000 euro.
- In februari 2021 lag de waarde van de bitcoin gemiddeld hoger dan in september 2020.

f) Waarom is het hier moeilijk om een formule op te stellen?

De waarde van de bitcoin verloopt chaotisch en is niet te beschrijven met een eerstegraadsfunctie.

2

De scouts verkopen koekjes om hun zomerkamp te sponsoren. De formule die de winst (W) in euro uitdrukt in functie van het aantal verkochte zakjes (z) is: $W = 5 \cdot z - 150$.

- a) Hoeveel zakjes moeten ze minstens verkopen om geen verlies en geen winst te maken?

$$0 = 5 \cdot z - 150 \quad 150 = 5 \cdot z \quad \frac{150}{5} = z \quad 30 = z$$

Antwoord: De scouts moeten 30 zakjes verkopen om geen verlies te hebben.

- b) De scouts hadden graag €2000 winst gemaakt. Bereken hoeveel zakjes ze daarvoor moeten verkopen.

$$2000 = 5 \cdot z - 150 \quad 2150 = 5 \cdot z \quad \frac{2150}{5} = z \quad 430 = z$$

Antwoord: De scouts moeten 430 zakjes verkopen om 2000 euro winst te hebben.

- c) Hoeveel winst maken de scouts als ze 500 zakjes kunnen verkopen?

$$W = 5 \cdot 500 - 150 \quad W = 2500 - 150 \quad W = 2350$$

Antwoord: De scouts maken 2350 euro winst als ze 500 zakjes kunnen verkopen.

3

Voor 200 gram gemalen kaas betaal je 1,80 euro.

- a) De prijs die je betaalt voor de kaas is recht / omgekeerd / niet evenredig met de hoeveelheid gemalen kaas.

- b) Welke grootheden worden in deze oefening gebruikt?

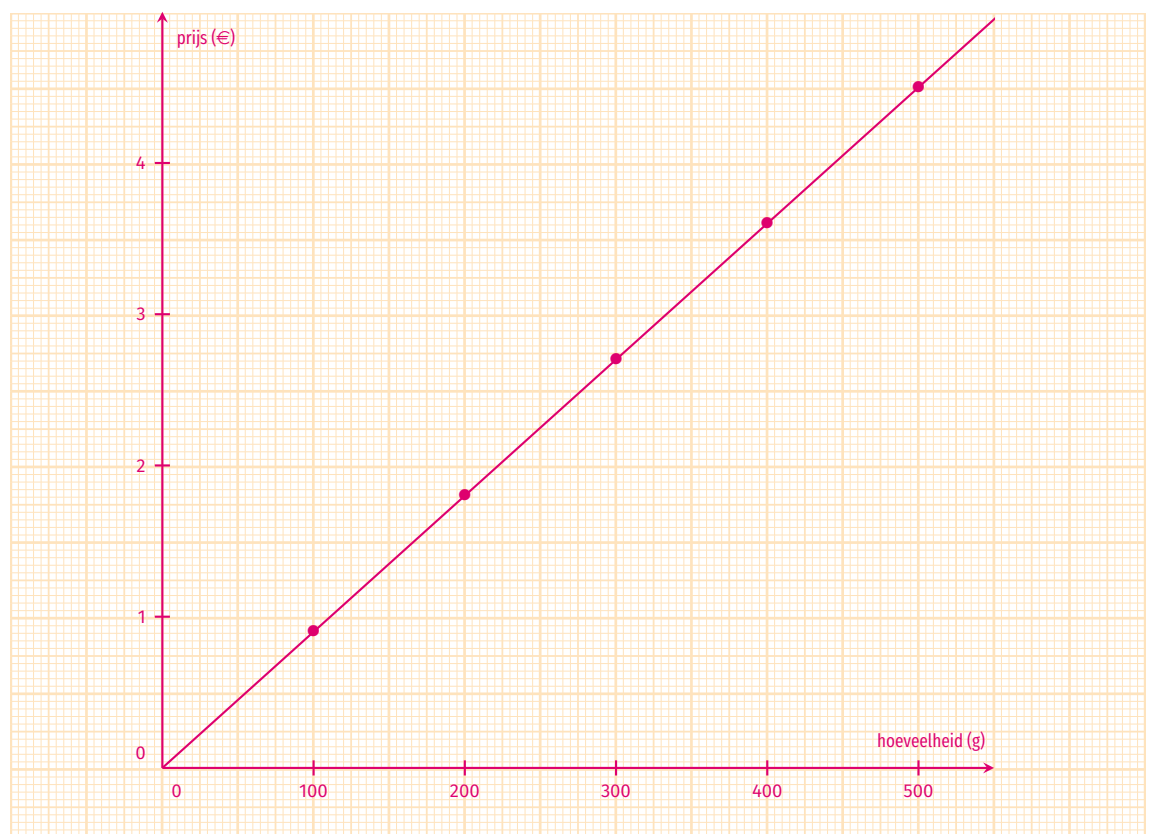
de hoeveelheid (g) en de prijs (€)



- c) Vervolledig de tabel.

HOEEVEELHEID (g)	100	200	300	400	500
PRIJS (€)	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50

- d) Maak een grafiek die het verband weergeeft tussen de prijs in euro en de hoeveelheid gemalen kaas in gram.



2 Reële functies

Bij sommige verbanden bestaat er voor elke invoerwaarde maximaal één uitvoerwaarde. Deze bijzondere verbanden noemen we functies.

2.1 Wat is een functie?

Voorbeeld: Er is een verband tussen de lengte van een zijde van een vierkant en de omtrek van dat vierkant.

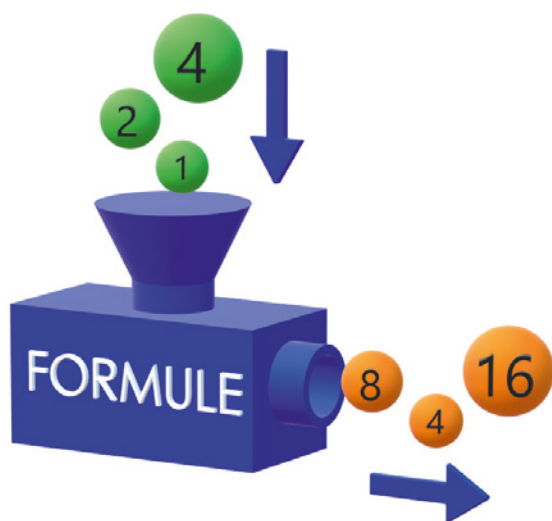
De invoer: de waarden die je zelf kiest. We noemen dit de **onafhankelijke veranderlijke**.

Op de grafiek vind je die op de horizontale as, de x-as.

LENGTE ZIJDE VIERKANT (cm)	0,0	0,2	1,0	1,7	2,0
OMTREK VIERKANT (cm)	0,0	0,8	4,0	6,8	8,0

De uitvoer: de waarden die je berekent. We noemen dit de **afhankelijke veranderlijke**.

Op de grafiek vind je die op de verticale as, de y-as.



INVOER	UITVOER
0	0
0,2	0,8
1	4
1,7	6,8
2	8
...	...
De verzameling van alle mogelijke ingevoerde x-waarden	De verzameling van alle mogelijke berekende y-waarden

We stellen vast dat met elke ingevoerde x-waarde er precies één uitgevoerde y-waarde overeenkomt.

definitie Een **functie** is een verband tussen twee veranderlijken x en y , waarbij voor elke x -waarde er **hoogstens één** y -waarde bestaat.

Bij een verband hoort een grafiek en een formule.

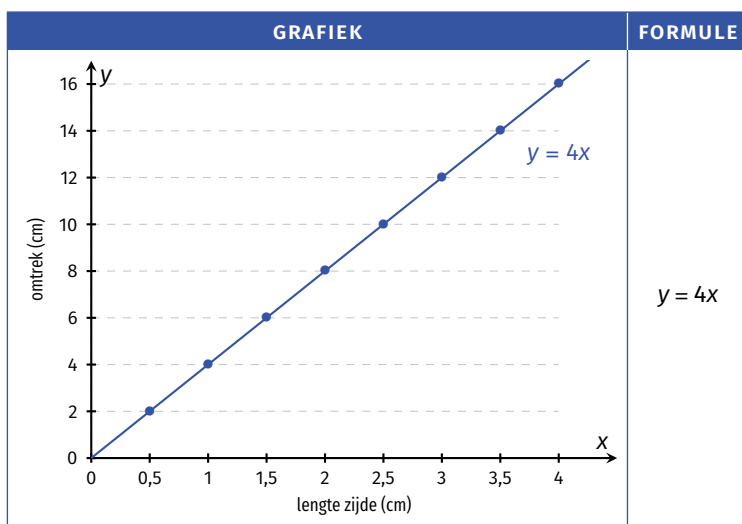
De formule van een functie noemen we het **functievoorschrift**.

Een functie duiden we aan met een kleine letter: $f, g, h, \dots$

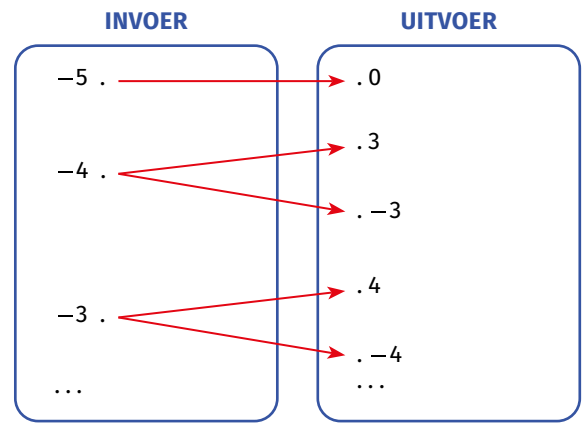
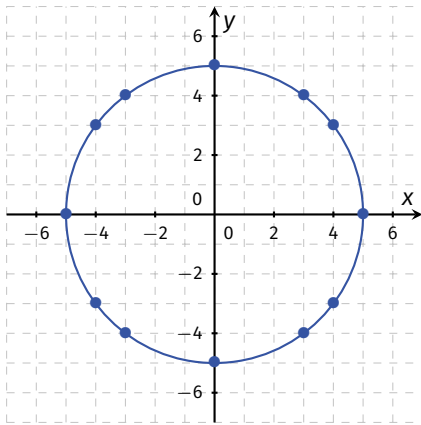
Voorbeeld

$$f(x) = 4x$$

We lezen dit als 'de functie f heeft als functievoorschrift $f(x) = 4x$ '.



Tegenvoorbeeld



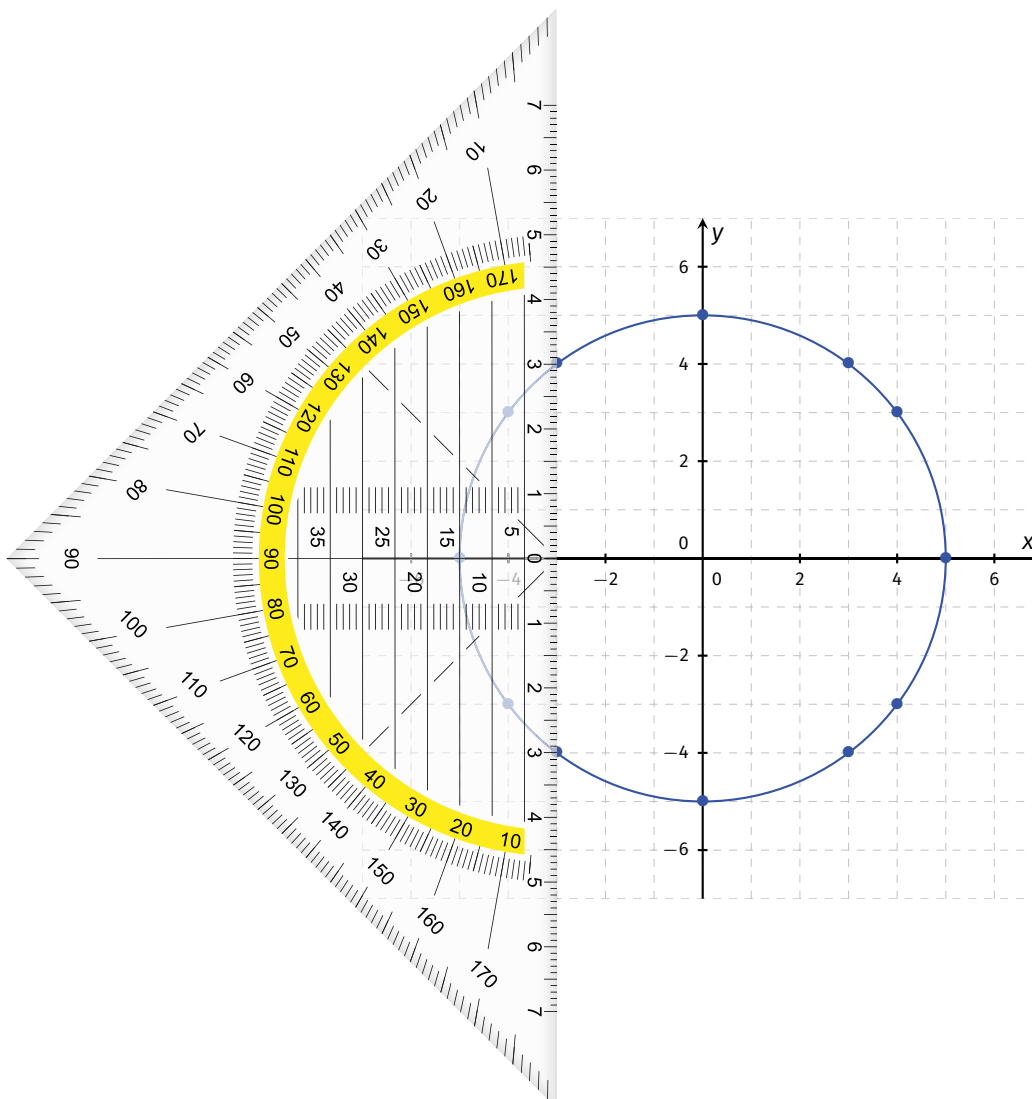
Dit verband is **geen functie**. Er zijn x-waarden waarmee er meerdere y-waarden overeenkomen.

- De x-waarde -4 heeft twee **verschillende** y-waarden als beeld!
- De x-waarde -3 heeft twee verschillende y-waarden als beeld!
- ...

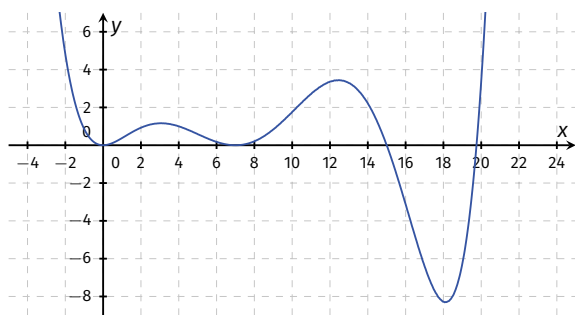


— Merk op —

Om snel te controleren of een verband een functie is, leg je een lat evenwijdig met de y-as en verschuif je die van links naar rechts. Controleer of je telkens maximaal 1 snijpunt ziet met de grafiek. Indien er voor een bepaalde x-waarde meer dan één snijpunt is, is het verband geen functie.

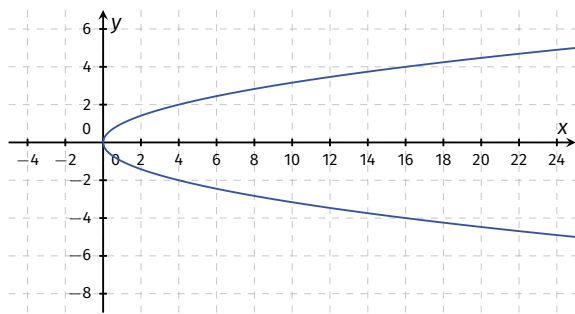


Voorbeelden



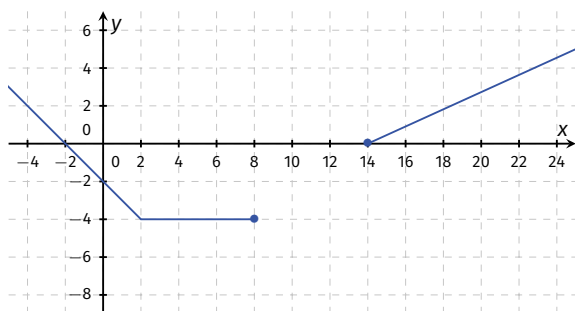
Met elke x -waarde komt er precies één y -waarde overeen.

Het verband is een functie.



Met sommige x -waarden komen er meerdere (twee) y -waarden overeen. Als $x = 4$ dan kun je als y -waarde zowel 2 als -2 aflezen.

Het verband is geen functie.



Met sommige x -waarden komt er precies één y -waarde overeen. Voor $x \in]8, 14[$ zijn er geen y -waarden. Besluit: met elke x -waarde komt er **hoogstens** één y -waarde overeen.

Het verband is een functie.

2.2 Functiewaarde

Als het functievoorschrift gegeven is, kun je van elk reëel getal de functiewaarde bepalen.

Voorbeeld

Bepaal de functiewaarde van 2 voor de functie met functievoorschrift $f(x) = -3x + 5$.

$$\begin{aligned} f(2) &= -3 \cdot 2 + 5 \\ &= -6 + 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$f(2) = -1$
 -1 is de functiewaarde van 2.
 2 is het **origineel** (input).
 -1 is het **beeld** (output).



— Merk op —

Als de grafiek gegeven is, kun je voor een bepaald interval de functiewaarde aflezen.

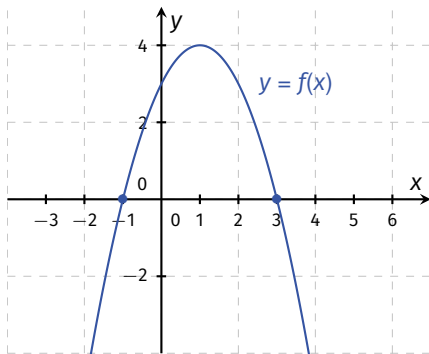
2.3 Nulwaarde van een functie

definitie Een **nulwaarde** van een functie is een x -waarde waarvoor de functiewaarde gelijk is aan nul.

- Als de grafiek van een functie gegeven is, kun je de nulwaarde(n) gemakkelijk aflezen.

Nulwaarden lees je af door te kijken bij welke x -waarden de grafiek de x -as snijdt.

Voorbeeld



IN WOORDEN: De nulwaarden zijn -1 en 3 .

IN SYMBOLEN: $f(-1) = 0$ en $f(3) = 0$

- Als alleen het functievoorschrift gegeven is, kun je de nulwaarden berekenen. Je lost een vergelijking op door te bepalen voor welke x -waarden $f(x) = 0$.

Voorbeeld

Bepaal de nulwaarde(n) voor de functie f met voorschrift $f(x) = -3x + 5$.

$$f(x) = 0$$

$$-3x + 5 = 0$$

$$-3x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-3}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

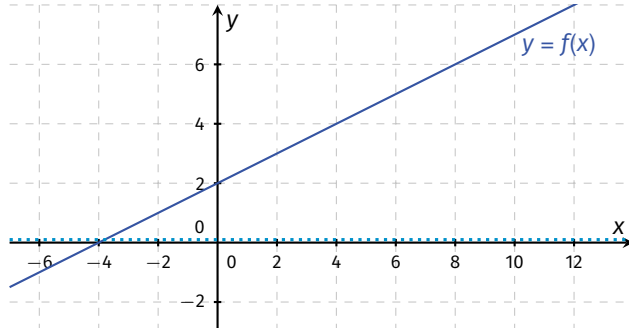
De nulwaarde voor deze functie is $\frac{5}{3}$.

2.4 Domein van een functie

definitie Het **domein** van een functie f is de verzameling van alle x -waarden waarvoor er een functiewaarde bestaat.

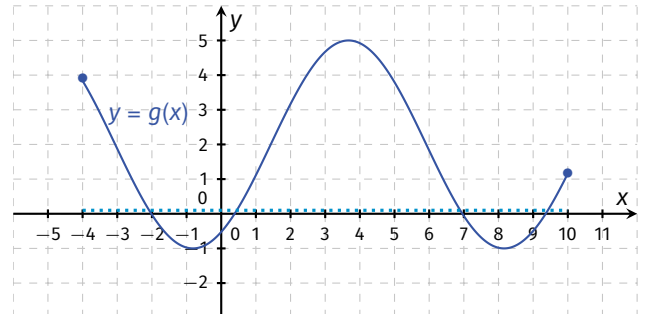
IN WOORDEN: het domein van de functie f

IN SYMBOLEN: $\text{dom } f$



Voor alle reële getallen kan een functiewaarde berekend worden.

$\text{dom } f = \mathbb{R}$



Op de grafiek zien we duidelijk de begrenzing van de x -waarden.

De functiewaarden zijn bepaald voor $x \in [-4, 10]$.

$\text{dom } g = [-4, 10]$



— Merk op —

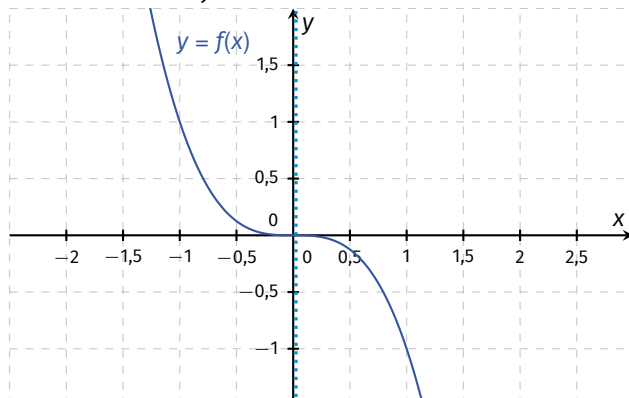
Je kunt het domein van een functie f grafisch bepalen door de grafiek van de functie f loodrecht te projecteren op de x -as (zie blauwe stippellijnen).

2.5 Bereik van een functie

definitie Het **bereik** van een functie f is de verzameling van alle mogelijke berekende functiewaarden.

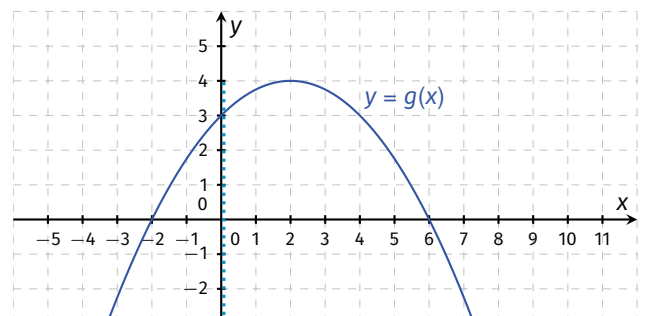
IN WOORDEN: het bereik van de functie f

IN SYMBOLEN: $\text{ber } f$



Alle reële getallen zijn mogelijke functiewaarden.

$\text{ber } f = \mathbb{R}$



We zien duidelijk dat een aantal y -waarden geen mogelijke functiewaarde kunnen zijn, nl. $y > 4$.

$\text{ber } g =]-\infty, 4]$



— Merk op —

Je kunt het bereik van een functie f grafisch bepalen door de grafiek van de functie f loodrecht te projecteren op de y -as (zie blauwe stippellijnen).



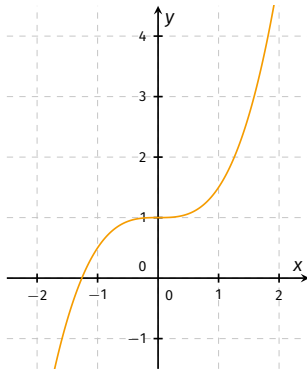
Verwerkingsopdrachten

3, 4, 5

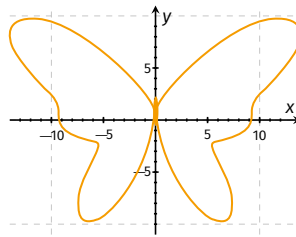
4

Welke grafieken zijn grafieken van functies?

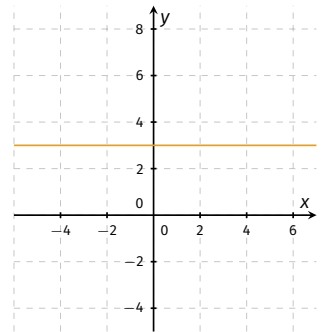
a)



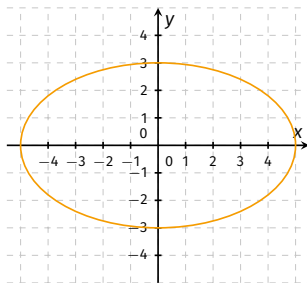
c)



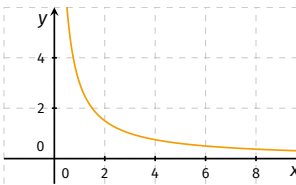
e)



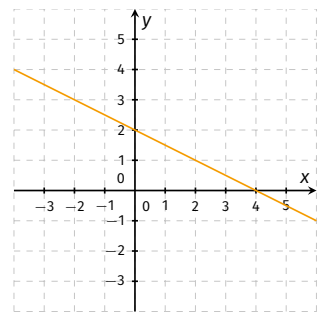
b)



d)



f)



a, d, e en f

5

a) Hoe lees je $f(x) = x^2 + 3$? **De functie f heeft als functievoorschrift $f(x) = x^2 + 3$.**

b) Noteer in symbolen: de functiewaarde voor $x = 1$.

$f(1)$

c) Bereken de functiewaarden.

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^2 + 3 \\ &= 9 + 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0^2 + 3 \\ &= 0 + 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^2 + 3 \\ &= 4 + 3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

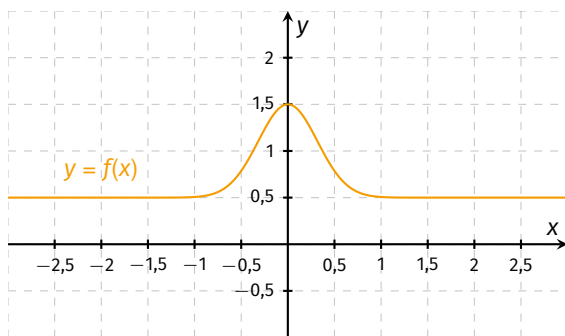
6

Bereken de nulwaarde voor de functie f met voorschrift $f(x) = -2x + 7$.

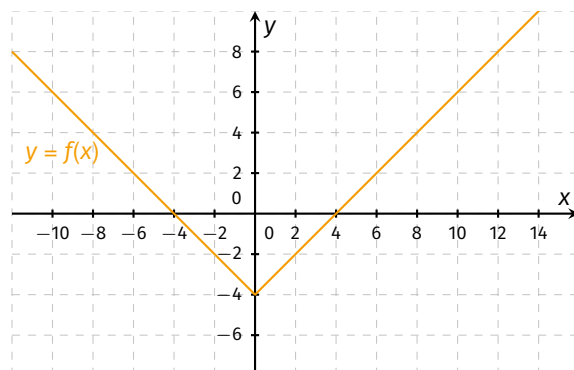
$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ -2x + 7 &= 0 \\ -2x &= -7 \\ x &= \frac{-7}{-2} \\ x &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

7

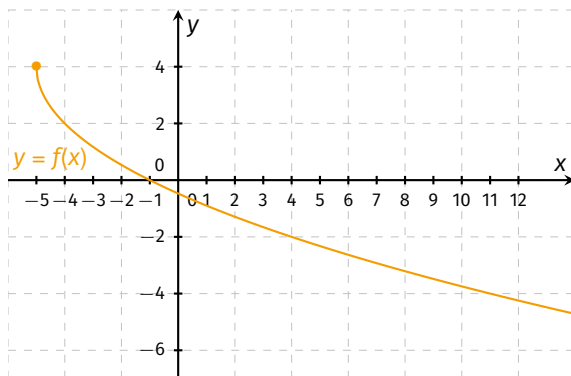
- a) Bepaal het domein van elke functie.
 b) Bepaal het bereik van elke functie.
 c) Geef indien mogelijk de nulwaarde(n).



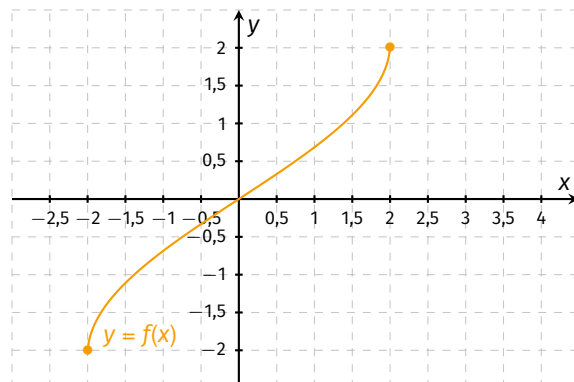
- a) $\text{dom } f = \mathbb{R}$
 b) $\text{ber } f = [0.5; 1.5]$
 c) nulwaarden: geen



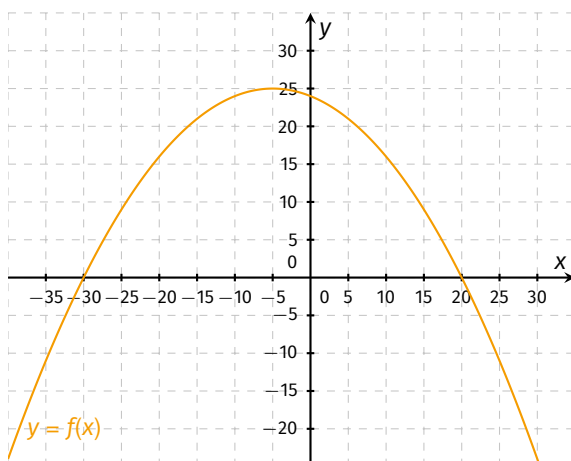
- a) $\text{dom } f = \mathbb{R}$
 b) $\text{ber } f = [-4; +\infty[$
 c) nulwaarden: -4 en 4



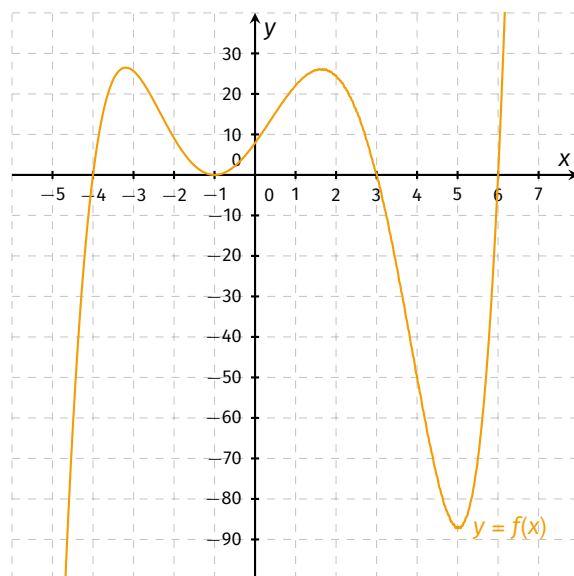
- a) $\text{dom } f = [-5; +\infty[$
 b) $\text{ber } f =]-\infty; 4]$
 c) nulwaarde: -1



- a) $\text{dom } f = [-2; 2]$
 b) $\text{ber } f = [-2; 2]$
 c) nulwaarde: 0



- a) $\text{dom } f = \mathbb{R}$
 b) $\text{ber } f =]-\infty; 25]$
 c) nulwaarden: -30 en 20



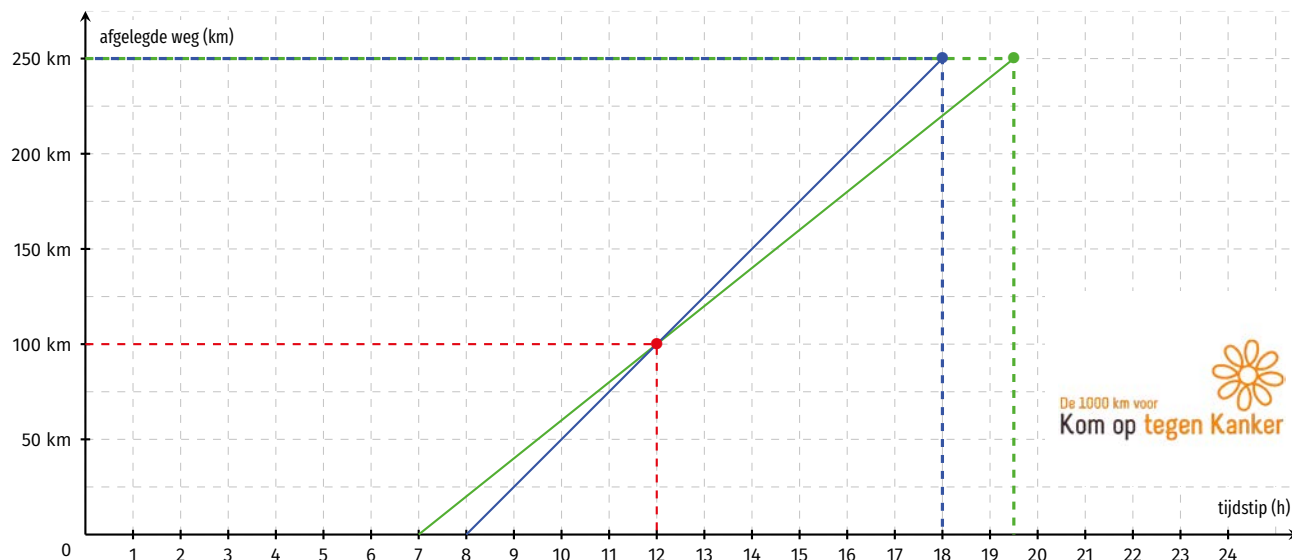
- a) $\text{dom } f = \mathbb{R}$
 b) $\text{ber } f = \mathbb{R}$
 c) nulwaarden: -4, -1, 3 en 6

3 Onderlinge ligging van 2 grafieken

We kunnen grafieken met eenzelfde of verschillend verband met elkaar vergelijken door te kijken naar de voorstelling, de gebruikte verdeling op de assen, ... In een andere module gaan we dieper in op hoe je dat ook algebraïsch kunt doen.

Voorbeeld: 1000 km fietsen

Het hemelvaartweekend is al enkele jaren het 1000 km-weekend. De deelnemers fietsen 4 dagen lang voor Kom op tegen Kanker. Elke dag leggen de deelnemers gemiddeld 250 km af. **Liam** en **Amir** besluiten om alvast eens 250 km te trainen. Liam vertrekt 's morgens om 7 uur aan een gemiddelde snelheid van 20 km/h. Amir vertrekt om 8 uur aan een gemiddelde snelheid van 25 km/h.



- We lezen op de horizontale as af dat Liam om 7 uur vertrekt en Amir om 8 uur.
- Voor 12 uur ligt de groene grafiek **boven** de blauwe grafiek. Dat wil zeggen dat Liam in die periode meer kilometers heeft afgelegd dan Amir.
- De grafieken **snijden** elkaar. Om 12 uur hebben ze beiden 100 km afgelegd. Liam had hier 5 uur voor nodig en Amir slechts 4 uur.
- Tussen 12 uur en 18 uur ligt de blauwe grafiek **boven** de groene grafiek. Amir legde in die periode in totaal meer kilometers af dan Liam.
- Om 18 uur stopt de blauwe grafiek. Amir zijn 250 km zitten erop.
- Amir komt aan om 18 uur. Hij legt de afstand af in 10 uur. Liam komt aan om 19.30 uur. Hij legt de afstand af in 12,5 uur.
- We kunnen uit de grafiek een tabel opstellen die het verband weergeeft tussen de afgelegde weg (x) en de tijd (t) die nodig is om die weg af te leggen.

NODIGE TIJD t (h)	0,0	2,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0	12,0	12,5
AFGELEGDE WEG LIAM x_L (km)	0,0	40,0	80,0	100,0	120,0	160,0	200,0	240,0	250,0
AFGELEGDE WEG AMIR x_A (km)	0,0	50,0	100,0	125,0	150,0	200,0	250,0		

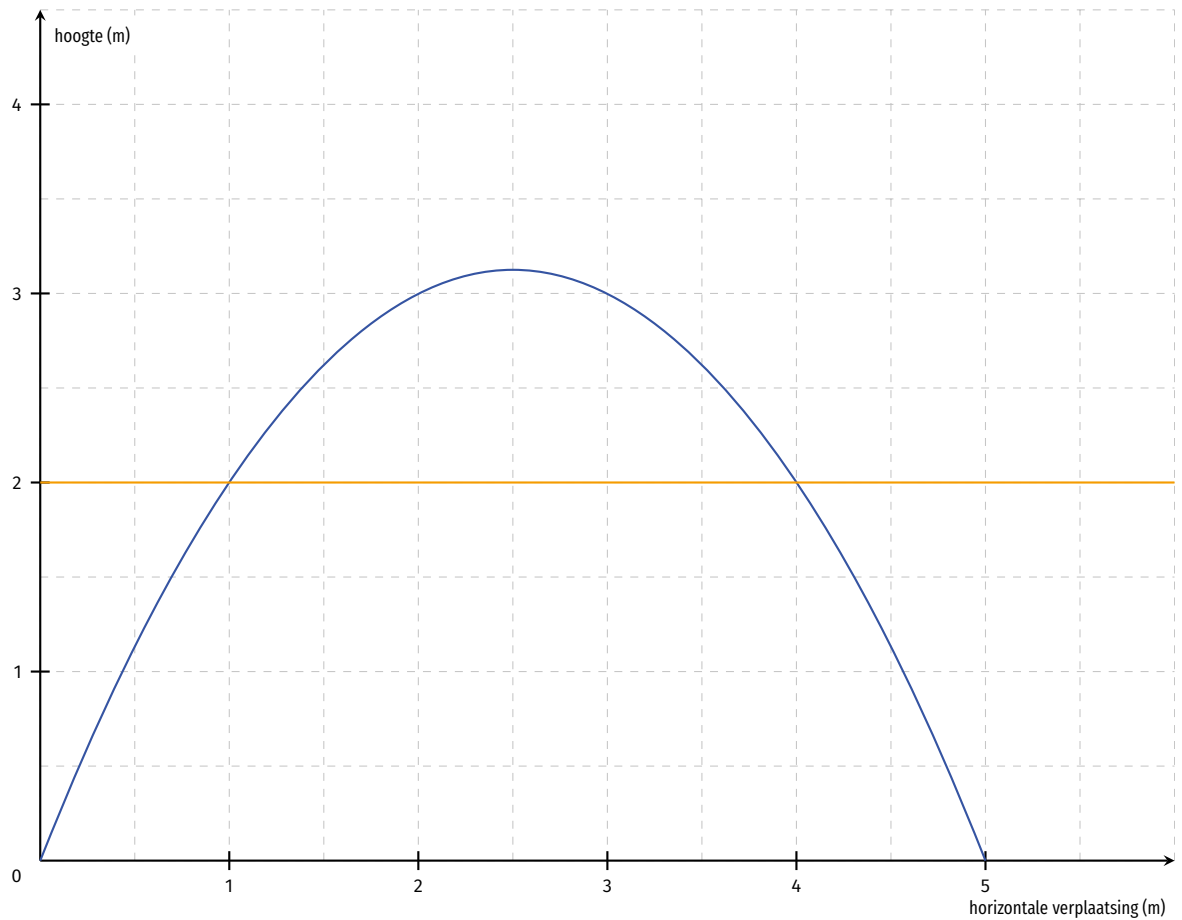


Verwerkingsopdracht



8

Vanop de grond wordt er een basketbal in de lucht geworpen. Er is een verband tussen de horizontale verplaatsing in meter en de hoogte in meter. De blauwe grafiek stelt dit verband voor.



a) Welke grootheden komen voor in dit verband?

hoogte in m en horizontale verplaatsing in m

b) Na hoeveel meter raakt de basketbal opnieuw de grond?

5 meter

c) Na hoeveel meter bereikt de basketbal zijn hoogste punt?

2,5 meter

d) Over welke horizontale afstand bevindt de basketbal zich hoger dan 2 meter?

3 meter



Computationeel denken

Invoer, verwerken en uitvoer

Lobke wil graag 100 euro omrekenen naar Amerikaanse dollar. Ze gebruikt hiervoor de zoekfunctie op haar smartphone. Dit is handig omdat er op die manier onmiddellijk gebruik gemaakt wordt van de actuele wisselkoers (via een online gegevensbank).

Wat is de invoer?

100 euro

Welke verwerking gebeurt er?

$100 \cdot 1,1919$

Welke uitvoer is er?

119,19 Amerikaanse dollar

SCRATCH



Bij het tekstueel programmeren in programmeertalen zoals Python of Swift, krijg je een gelijkaardige code:



```
1 invoer = float(input("Voer het bedrag in euro in."))
2 verwerking = invoer * 1.1919
3 uitvoer = print(invoer, " euro is ", verwerking, " dollar.")
```

Begrijp je de code?

a) Waarom wordt de `float()`-functie gebruikt bij de invoer?

Een bedrag in euro kan decimaal zijn. Daardoor kunnen we de `float()`-functie gebruiken.

b) Gebruik de code om te bepalen hoeveel dollar 1 euro is.

1,19 dollar

c) Welke melding krijg je bij het uitvoeren van het programma?

1,0 euro is 1.1919 dollar.

AANDACHT



Gebruik een punt in plaats van een komma bij het invoeren van decimale vormen.

Wat we geleerd hebben kunnen we nu gebruiken om formules te programmeren van algebraïsche verbanden.



```
1 import random
2 a = random.randint(1,10)
3 b = random.randint(1,10)
4 print("We werken met de formule y =",a,"x +",b)
5 invoer = int(input("Voor welk geheel getal x wil je y berekenen? "))
6 print("Jouw invoer is ", invoer)
7 verwerking = a*invoer+b
8 if invoer < 0:
9     print("Verwerking door de machine:",a, "·(",invoer,")+ ",b)
10    print("De uitvoer is ", verwerking)
11 else:
12    print("Verwerking door de machine:",a, "·",invoer,"+",b)
13    print("De uitvoer is ", verwerking)
```

Begrijp je de code?

a) Waarom start de code met 'import random'?

De code werkt telkens met een formule $y = ax + b$, waarbij a en b willekeurig gegenereerde getallen zijn van 1 tot en met 10.

b) Vul aan met de juiste getallenverzameling en de grenzen van het interval.

De code `a = random.randint(1,10)` betekent in wiskunde:

$$a \in \mathbb{Z} \wedge a \in [1, 10]$$



Je kunt je op POLPO verdiepen om ook reële getallen te genereren.

c) Wat moet je wijzigen in de code om ook negatieve gehele getallen als coëfficiënt in de willekeurige formule te hebben?

`2 a = random.randint(-10,10)`

d) De code werd twee keer uitgevoerd. We verkregen onderstaande resultaten.

Beantwoord telkens de vraag.

```
We werken met de formule y = 4 x + 10
Voor welk geheel getal x wil je y berekenen? 5
Jouw invoer is 5
Verwerking door de machine: 4 · 5 + 10
De uitvoer is 30
> 
```

Welke a en welke b werd er gegenereerd door de code?

$a = 4$ en $b = 10$

Wat voerde de gebruiker in?

5

```
We werken met de formule y = 7 x + 9
Voor welk geheel getal x wil je y berekenen? -3
Jouw invoer is -3
Verwerking door de machine: 7 · ( -3 ) + 9
De uitvoer is -12
> 
```

Welke a en welke b werd er gegenereerd door de code?

$a = 7$ en $b = 9$

Wat voerde de gebruiker in?

-3

e) Hoe verklaar je dat er bij de verwerking de ene keer geen haakjes staan en de andere keer wel?

Hoe zie je dat in de code?

De code voorziet haakjes wanneer de invoer negatief is. Dat zie je aan de `if/else`-functie.



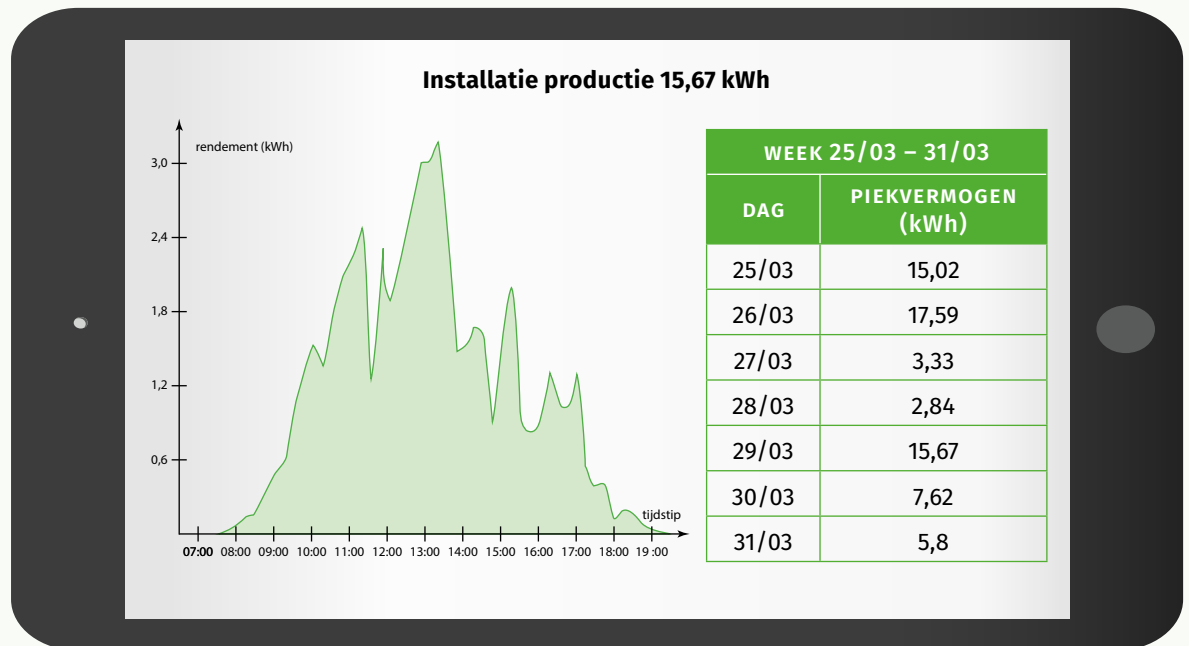
Dit programma kunnen we nog beter maken. Ga naar POLPO als je de volgende stappen wil uitvoeren en nog meer oefeningen wil maken op invoer, verwerking en uitvoer.



Signaaloefeningen

1

Ferre kan via een app het rendement van zijn zonnepanelen raadplegen. Beantwoord de vragen aan de hand van de grafiek en de tabel.



a) Welke informatie lees je af op de verticale as?

rendement in kWh

b) Voor welke dag werden de gegevens in de grafiek weergegeven?

27/03

c) Wanneer is het vermogen van de zonnepanelen voor die dag maximaal?

rond 13:30

d) Wat was het maximale vermogen van de zonnepanelen op die dag?

3,33 kWh

e) Omkring uit welke voorstelling je die informatie haalde: de grafiek – de tabel.

f) Waarom gebruikte je niet de andere voorstelling?

Omdat je dit niet exact kunt aflezen in de grafiek.

g) Wat is de betekenis van de snijpunten van de grafiek met de horizontale as?

Op deze tijdstippen brengen de zonnepanelen niets op.

h) Hoeveel is het gemiddelde piekvermogen in deze week?

9,70 kWh (afgerond)

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D23

2

Een gezin kiest bij een energieleverancier voor een vaste formule met enkelvoudige elektriciteitsmeter. Uit een tariefkaart kan volgende informatie gehaald worden.

VASTE VERGOEDING	ELEKTRICITEIT (DAG)	GROENE STROOM EN WKK-BIJDRAGE
72,60 euro	6,80 eurocent / kWh	2,68 eurocent / kWh

- a) Hoe groot is de energiekost als je geen verbruik van elektriciteit hebt?

72,60 euro

- b) Bereken de energiekost als je in een jaar een verbruik hebt van 1000 kWh.

$$\begin{aligned}
 & 72,60 + \frac{(6,80 + 2,68)}{100} \cdot 1000 \\
 &= 72,60 + 0,0948 \cdot 1000 \\
 &= 72,60 + 94,80 \\
 &= 167,40
 \end{aligned}$$

Antwoord: De energiekost is 167,40 euro als je in een jaar een verbruik hebt van 1000 kWh.

- c) Noteer een formule om de energiekost (e) in functie van het verbruik (v) weer te geven.

$$e = 72,60 + \frac{(6,80 + 2,68)}{100} \cdot v \quad \text{of} \quad e = 72,60 + 0,0948 \cdot v$$

- d) Hoeveel elektriciteit werd er door dit gezin verbruikt als de energiekost voor elektriciteit op jaarbasis 385,44 euro is?

$$\begin{aligned}
 385,44 &= 72,60 + 0,0948 \cdot v \\
 385,44 - 72,60 &= 0,0948 \cdot v \\
 312,84 &= 0,0948 \cdot v \\
 \frac{312,84}{0,0948} &= v \\
 3300 &= v
 \end{aligned}$$

Antwoord: Er werd 3300 kWh verbruikt door dit gezin.

>>> Verder oefenen: D1 t.e.m. D23

3

Een frisdrankproducent beschikt over een volautomatische flessenvuller. Deze machine kan elke drie seconden één flesje vullen. De functie f geeft het aantal flesjes weer die door de machine gevuld worden in functie van het aantal uur dat de machine werkt.



- a) Wat is de afhankelijke variabele (weergegeven op de y-as) en wat is de onafhankelijke variabele (weergegeven op de x-as)?

De afhankelijke variabele is het aantal flesjes die door de machine gevuld worden en de onafhankelijke variabele is het aantal uur dat de machine werkt.

- b) Hoeveel flesjes worden er gevuld in een minuut?

$60 : 3 = 20$ Antwoord: In een minuut worden er 20 flesjes gevuld.

- c) Hoeveel flesjes worden er gevuld in een uur?

$20 \cdot 60 = 1200$ Antwoord: In een uur worden er 1200 flesjes gevuld.

- d) Vul de woordformule aan.

Het aantal gevulde flesjes is gelijk aan 1200 keer het aantal uur.

- e) Stel het functievoorschrift van f op.

$f(x) = 1200x$

TIP



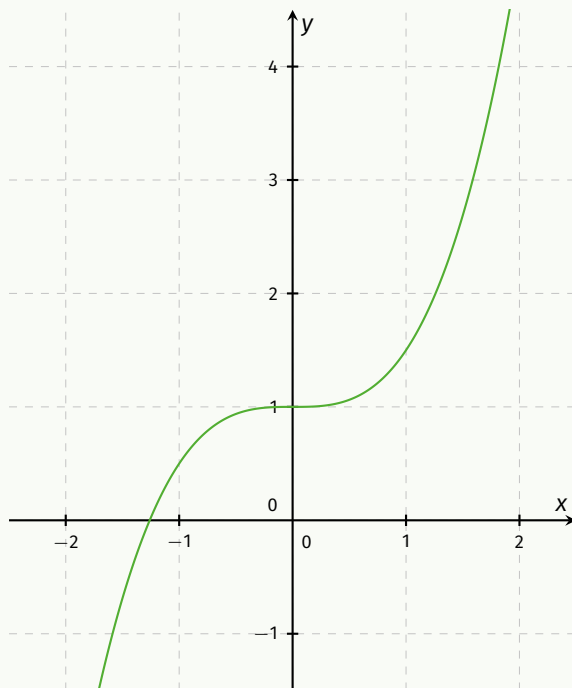
x en y zijn recht evenredige grootheden; de grafiek van f is een rechte door de oorsprong.

>>> Verder oefenen: D24 t.e.m. D40

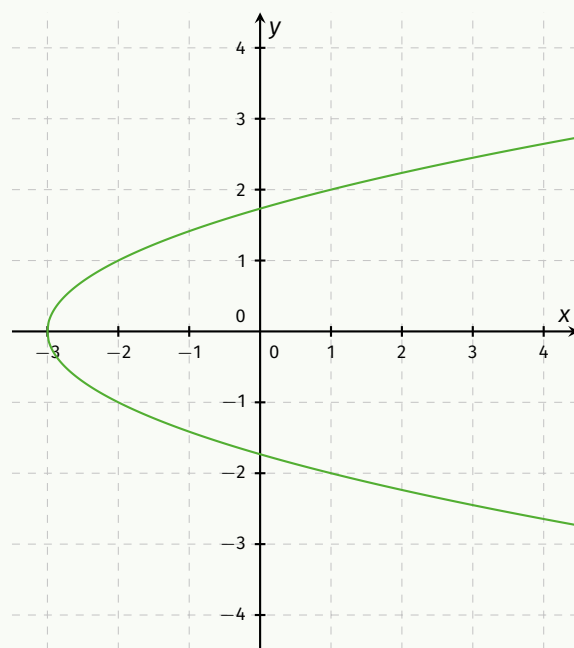
4

Welke grafieken zijn grafieken van functies?

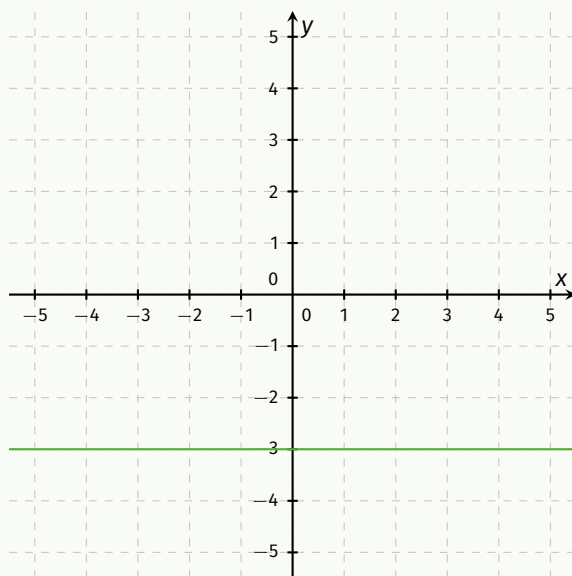
a)



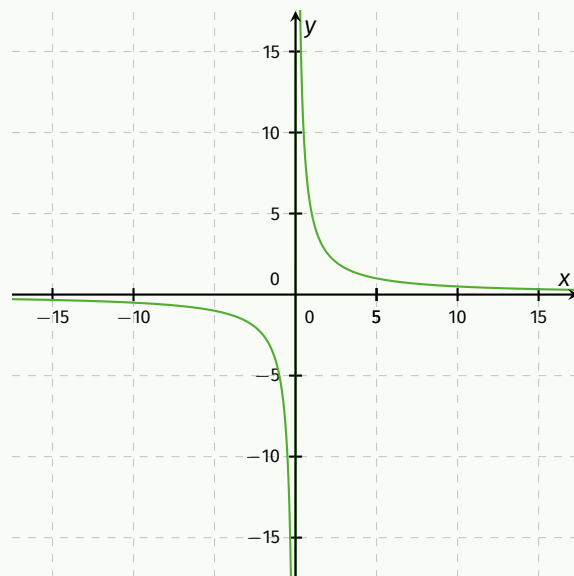
c)



b)



d)

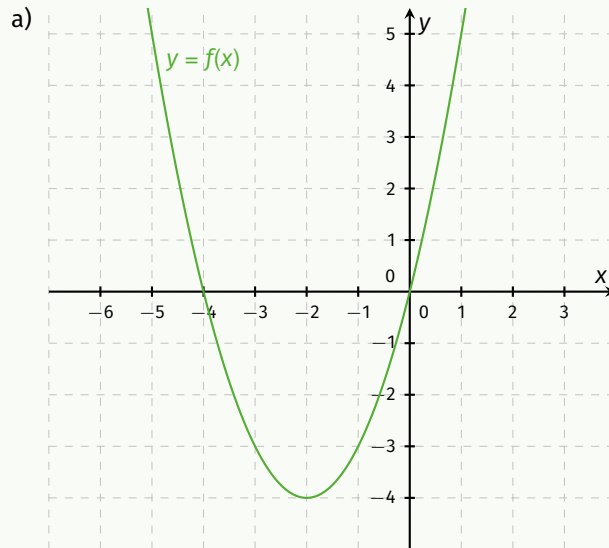


a, b en d

>>> Verder oefenen: D24 t.e.m. D40

5

Bepaal het domein van de functie, het bereik van de functie en de nulwaarden.



Domein van de functie:

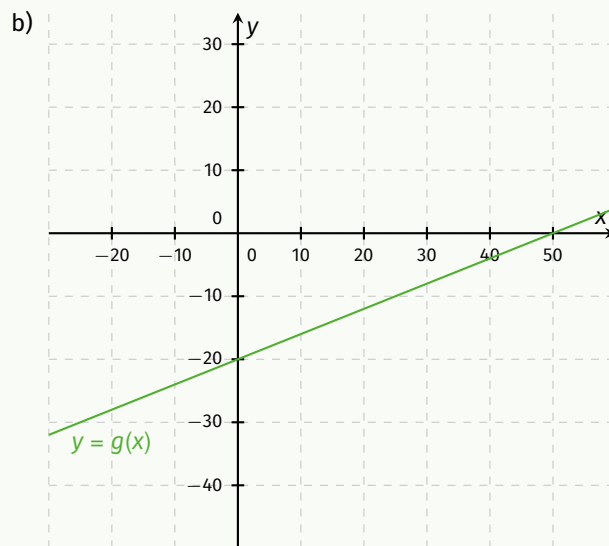
$\mathbb{R}$

Bereik van de functie:

$[-4, +\infty[$

Nulwaarden:

$x = -4$ en $x = 0$



Domein van de functie:

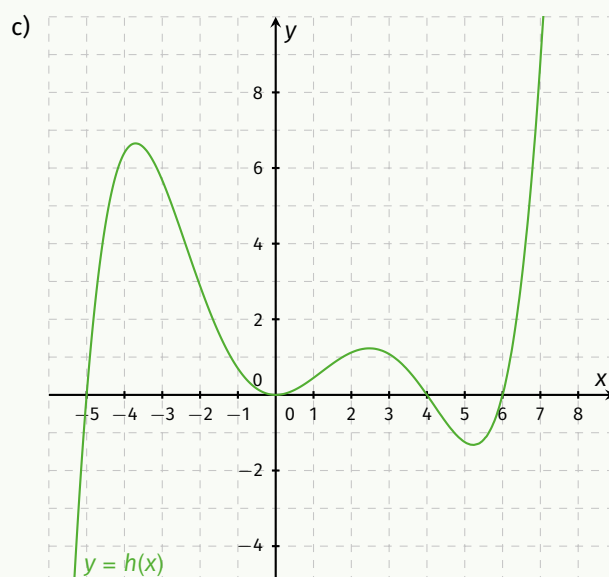
$\mathbb{R}$

Bereik van de functie:

$\mathbb{R}$

Nulwaarden:

$x = 50$



Domein van de functie:

$\mathbb{R}$

Bereik van de functie:

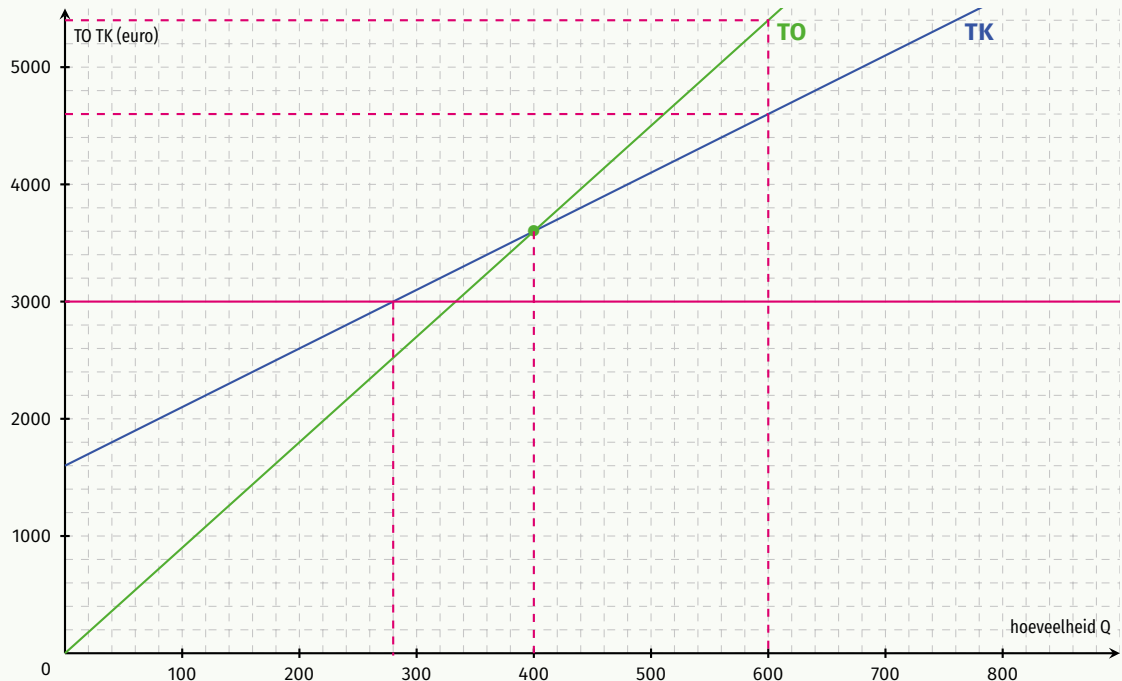
$\mathbb{R}$

Nulwaarden:

$x = -5, x = 0, x = 4$ en $x = 6$

6

De meeste ondernemingen hebben als doelstelling winst te maken. Het resultaat (winst of verlies) bereken je door de totale opbrengsten te verminderen met de totale kosten. Het resultaat is afhankelijk van het aantal verkochte producten, de hoeveelheid Q . In de grafiek hieronder worden de totale kosten (TK) en de totale opbrengsten (TO) weergegeven.



- a) Druk met een interval uit voor welke hoeveelheden de totale kosten kleiner zijn dan 3000 euro.

$[0, 280[$

- b) In welk interval zijn de totale kosten groter dan de totale opbrengsten?

$[0, 400[$

- c) Bij welke hoeveelheid is TK gelijk aan TO?

$Q = 400$

- d) In welk interval zijn de totale kosten kleiner dan de totale opbrengsten?

$]400, +\infty[$

- e) Hoeveel winst maak je als je 600 goederen verkoopt?

$5400 - 4600 = 800$

Antwoord: Je maakt 800 euro winst als je 600 goederen verkoopt.

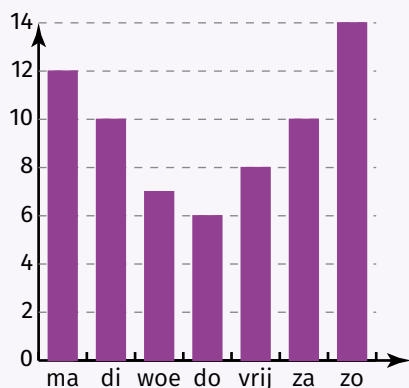


Differentiatietraject

1

Een boer houdt per week bij hoeveel eieren zijn kippen elke dag gelegd hebben.

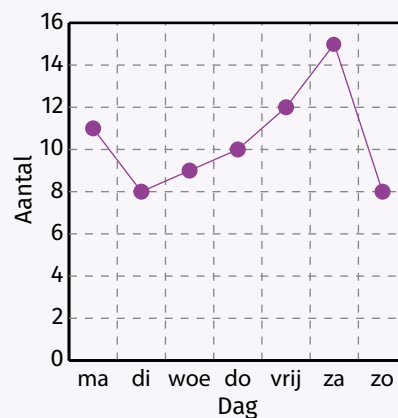
Aantal eieren per dag
(week 24)



Aantal eieren per dag
(week 25)

DAG	AANTAL
ma	8
di	6
woe	12
do	13
vrij	6
za	6
zon	13

Aantal eieren per dag
(week 26)



- Hoe noemen we de voorstelling bij week 26?
- Op welke dag van week 24 werden er het minst eieren gelegd?
- Op welke dag van week 25 werden er dubbel zoveel eieren gelegd als op vrijdag?
- Op welke dagen werden er in week 26 minder dan 10 eieren gelegd?

a) een grafiek

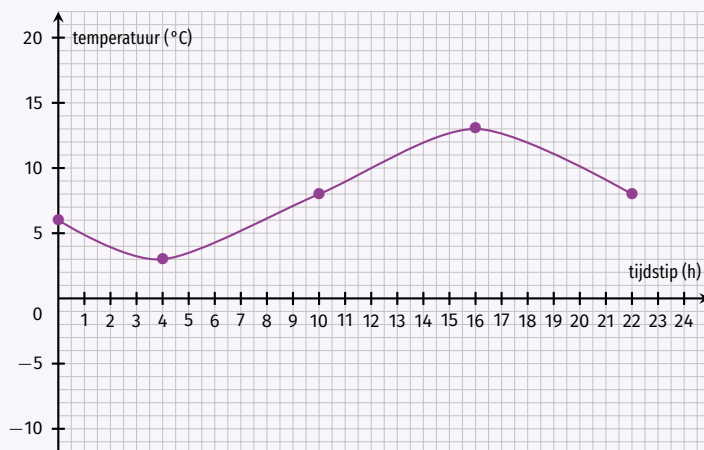
b) donderdag

c) woensdag

d) dinsdag, woensdag en zondag

2

Bekijk de grafiek. Vul de ontbrekende waarden in de tabel aan.



TIJDSTIP (uur)	TEMPERATUUR (°C)
0	6
4	3
10	8
16	13
22	8

3

Verbind het verband tussen x en y met de juiste formule.

a) een getal is het tweevoud van een ander getal

b) een getal is 2 minder dan een ander getal

c) een getal is het kwadraat van een ander getal

$$y = x^2$$

$$y = 2x$$

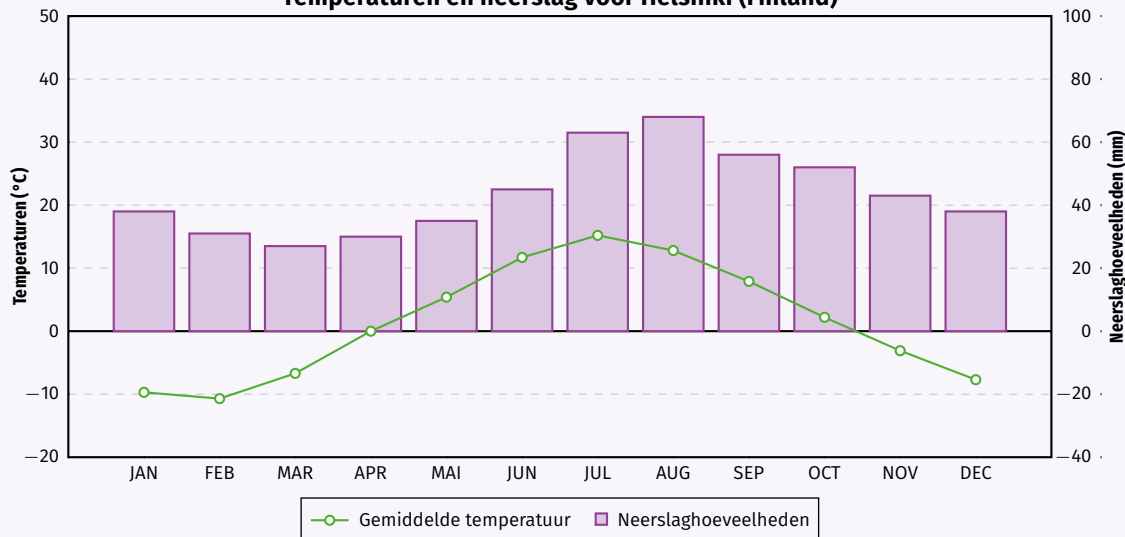
$$y = x + 2$$

4

Station: Helsinki (Finland)

Hoogte: 11 m, plaats: 60°NB, 25°OL

Temperaturen en neerslag voor Helsinki (Finland)



a) Welke informatie vind je in dit klimatogram?

b) Met welke voorstelling (grafiek of tabel) kun je het gemakkelijkst een antwoord geven op de volgende vragen?

- Wat is de droogste maand?
- In welke maand wordt de hoogste temperatuur gemeten?
- Wat is de laagste temperatuur die bereikt wordt?
- In hoeveel maanden is de temperatuur minder dan 5°C?

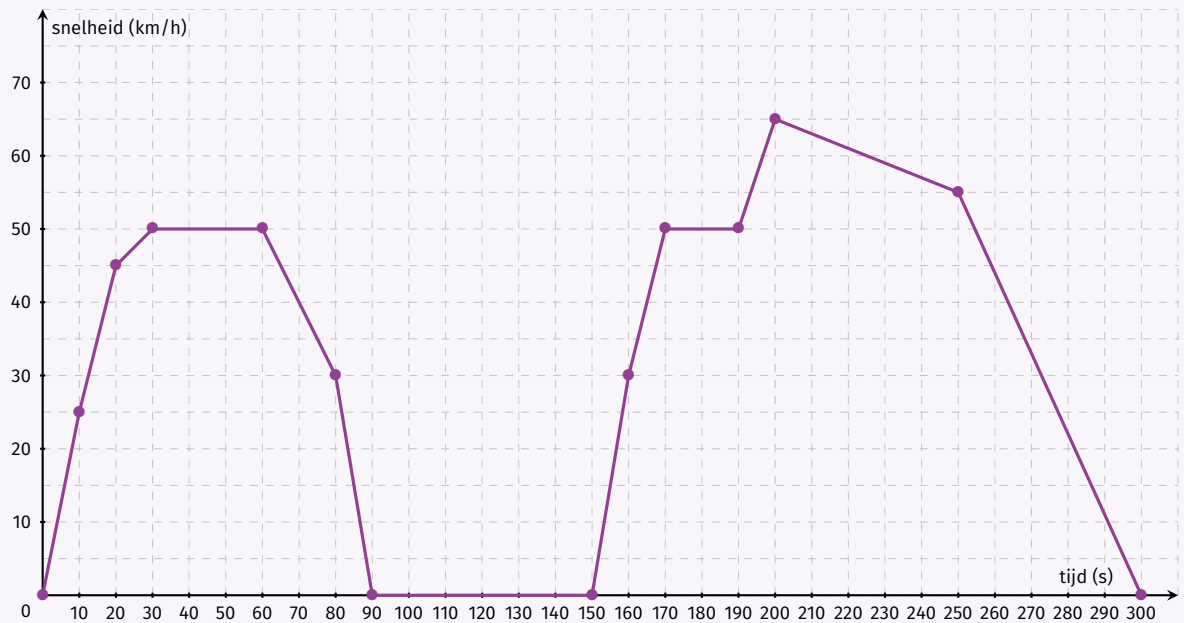
a) de gemiddelde temperaturen en neerslaghoeveelheden voor Helsinki (Finland) van de maanden januari tot en met december

- b) - grafiek
 - grafiek
 - grafiek en daarna tabel voor de exacte waarde
 - grafiek

5

Stefanie rijdt met de auto. Haar snelheid en tijd worden weergegeven in de volgende grafiek.

- Hoe lang werd de snelheid bijgehouden?
- Wat is de hoogste snelheid die Stefanie reed tijdens dit traject?
- Wat is de betekenis van de grafiek tussen 90 seconden en 150 seconden?
- Hoeveel seconden reed Stefanie aan een constante snelheid van 50 km/h?
- Wanneer moest Stefanie het hardst remmen?



- 300 seconden
- 65 km/h
- Stefanie stond toen stil.
- 30 → 60 seconden en 170 → 190 seconden, dus in totaal 50 seconden
- tussen de 80ste en 90ste seconde



6

Zoek een formule die het verband uitdrukt tussen x en y.

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	1	0,5	0	-0,5	-1

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	0	1	2	3	4

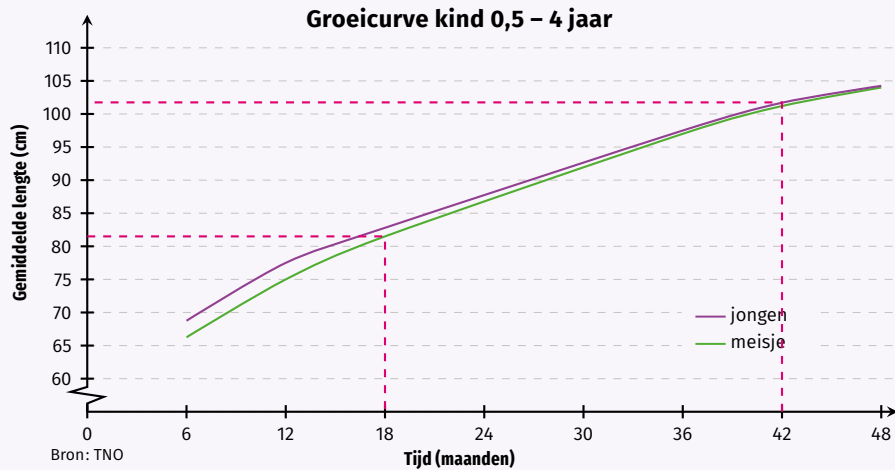
d)

x	-2	-1	0	1	2
y	-5	-2	1	4	7

- $y = 2x$
- $y = x + 2$
- $y = -\frac{1}{2}x$ of $y = -\frac{x}{2}$
- $y = 3x + 1$



Beantwoord de vragen die horen bij onderstaande grafiek.



- Welke informatie wordt er weergegeven in deze grafiek?
- Wat is de gemiddelde lengte (ongeveer) van een meisje van 1,5 jaar?
- Wat is de gemiddelde lengte (ongeveer) van een jongen van 3,5 jaar?
- Beoordeel de volgende uitspraak: "Jongens zijn altijd groter dan meisjes van dezelfde leeftijd."

- De groeicurve van een kind tussen 0,5 en 4 jaar (of de gemiddelde lengte in cm doorheen de tijd in maanden van een jongen en een meisje tussen 0,5 en 4 jaar).
- 81 cm
- 102 cm
- Deze uitspraak is niet waar. De grafiek geeft enkel informatie weer over de gemiddelde lengte van jongens en meisjes. Het is dus mogelijk dat er meisjes bestaan die groter zijn dan jongens van dezelfde leeftijd.



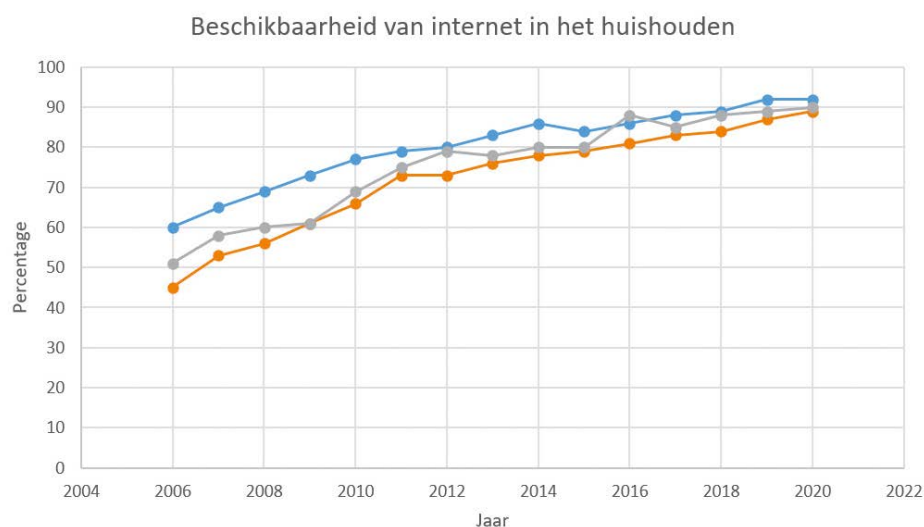


BESCHIKBAARHEID VAN INTERNET IN HET HUISHOUDEN			
JAAR	VLAAMS GEWEST	WAALS GEWEST	BRUSSELS HOOFD-STEDELIJK GEWEST
2006	60 %	45 %	51 %
2007	65 %	53 %	58 %
2008	69 %	56 %	60 %
2009	73 %	61 %	61 %
2010	77 %	66 %	69 %
2011	79 %	73 %	75 %
2012	80 %	73 %	79 %
2013	83 %	76 %	78 %
2014	86 %	78 %	80 %
2015	84 %	79 %	80 %
2016	86 %	81 %	88 %
2017	88 %	83 %	85 %
2018	89 %	84 %	88 %
2019	92 %	87 %	89 %
2020	92 %	89 %	90 %

Bron: Statbel

- Maak met ICT voor elk gewest een lijngrafiek door gebruik te maken van de informatie uit de tabel.
- Hoeveel procent van de Vlamingen beschikte in 2010 over internet thuis?
- Hoe evolueert het aantal gebruikers van het vaste internet tussen 2019 en 2020?
- In welk gewest stel je de sterkste stijging vast tussen 2006 en 2020?
- In welke periode was de stijging het sterkst?

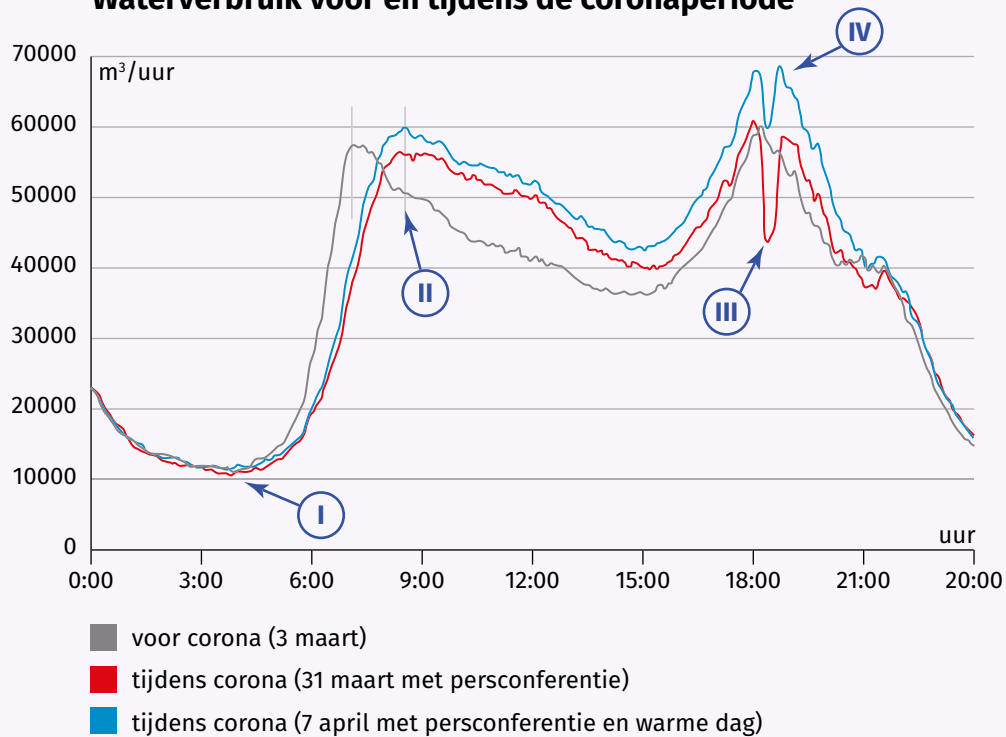
a) zie POLPO



- 77 %
- Een lichte stijging bij het Waals en Brussels gewest. In het Vlaams gewest bleef het aantal gebruikers gelijk.
- Waals Gewest
- De stijging was het sterkst in de periode 2006-2007.



Waterverbruik voor en tijdens de coronaperiode



Bron: Vitens – waterverbruik in Nederland in 2021

- Tussen welke twee grootheden wordt er een verband grafisch voorgesteld?
- Wat is de betekenis van I?
- Wat is de betekenis van II?
- Wat is de betekenis van III?
- Wat is de betekenis van IV?
- Hoe verklaar je dat de blauwe grafiek hoger ligt dan de rode, maar ongeveer een gelijk verloop kent?

- de tijd en het waterverbruik in m^3/uur
- 's Nachts is er veel minder waterverbruik.
- Gemiddeld staat men later op tijdens corona: mensen werken vaker thuis en moeten dus minder pendelen.
- Tijdens persconferenties is er minder waterverbruik.
- De piek van het waterverbruik ligt rond 18 uur.
- Tijdens warme dagen ligt het waterverbruik hoger.



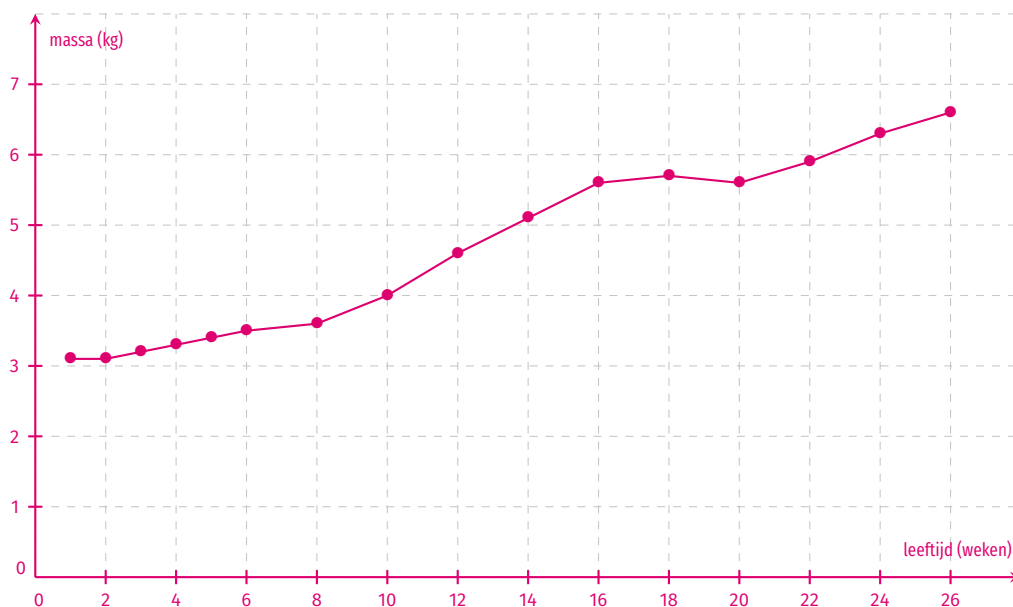
Amin weegt bij zijn geboorte 3,1 kg. Eerst wordt hij elke week gewogen, daarna om de twee weken. De resultaten staan in de tabel.

LEEFTIJD (weken)	1	2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
MASSA (kg)	3,1	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	4,0	4,6	5,1	5,6	5,7	5,6	5,9	6,3	6,6

- Wat betekent het koppel (16; 5,6) in de tabel?
- In welke periode is Amin het meest bijgekomen?
- Tussendoor hebben de ouders Amin ook af en toe gewogen. Beoordeel de uitspraak van Lore: "Als Amin in week 11 werd gewogen, dan lazen de ouders op de weegschaal 4,3 kg af."
- Maak een grafische voorstelling van de gegevens uit de tabel.

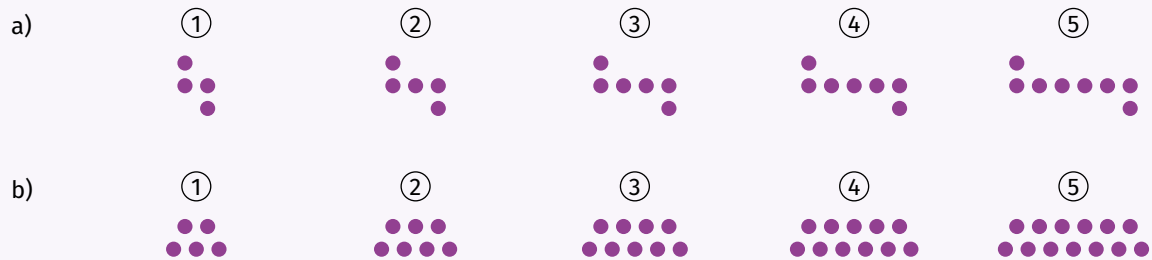


- Toen Amin 16 weken oud was, had hij een massa van 5,6 kg.
- tussen 10 en 12 weken oud
- Deze uitspraak kan kloppen, want dit gewicht ligt tussen 4,0 kg (10 weken) en 4,6 kg (12 weken), maar je kunt dit echter niet met zekerheid zeggen.
- Massa van Amin



11

Druk het aantal stipjes (a) uit in functie van het nummer van de figuur (n).



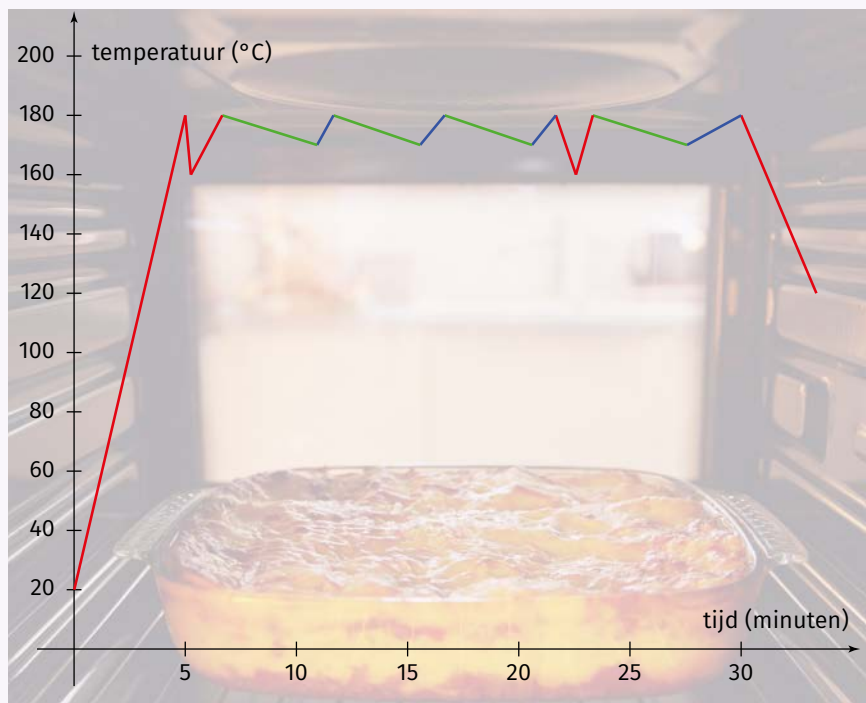
a) $a = n + 3$ met a het aantal stipjes en n het nummer van de figuur.

b) $a = 2n + 3$ met a het aantal stipjes en n het nummer van de figuur.



12

We plaatsen een lasagne voor 25 minuten in een voorverwarmde oven. In de grafiek vind je de temperatuurschommelingen binnen in de oven.



- Tot hoeveel graden werd de oven voorverwarmd?
- Hoelang duurde het vooraleer de oven deze temperatuur bereikte?
- Hoe verklaar je de eerste sterke daling?
- Hoe verklaar je de kleinere dalingen?
- Wat zou een verklaring kunnen zijn voor de tweede sterke daling?
- Hoeveel graden zal de oven binnenin uiteindelijk aannemen na de laatste temperatuursdaling?

a) 180 °C

b) 5 minuten

c) De ovendeur wordt geopend om de lasagne erin te steken.

d) Een oven houdt niet constant de temperatuur aan van 180°C. Als de temperatuur onder een bepaalde waarde gezakt is, zal hij wel weer opwarmen tot 180°C.

e) De ovendeur gaat terug open (omdat iemand al eens wil controleren hoe warm de lasagne is).

f) De lucht in de oven zal uiteindelijk afkoelen tot de kamertemperatuur.



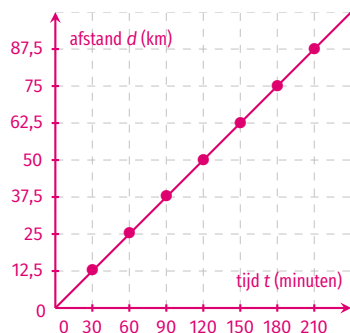
13

Een fietser rijdt met een constante snelheid van 25 km/h.

Tijd t (minuten)	30	60	90	120	150	180	210
Afstand d (km)	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5

- Vul bovenstaande tabel aan.
- Plaats de gegevens uit de tabel op een grafiek.
- Welk verband is er tussen de tijd (in minuten) en de afstand (in kilometer)?
- Hoe kun je dit verband herkennen in de tabel?
- Hoe kun je dit verband herkennen in de grafiek?
- Stel de letterformule op die het verband tussen de tijd (t) en afstand (d) voorstelt.

b) Snelheid fietser



- De tijd en afstand zijn recht evenredige grootheden.
- De tijd en afstand nemen telkens met dezelfde verhouding toe.
- De grafiek is een rechte lijn (die door de oorsprong gaat als je hem doortrekt).
- $d = \frac{5}{12}t$



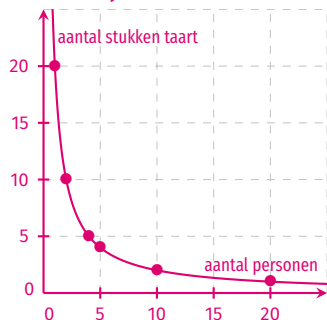
14

Je geeft een feestje en je bakte hiervoor één grote taart die je in 20 stukken verdeelt.

Aantal personen	1	2	4	5	10	20
Aantal stukken taart per persoon	20	10	5	4	2	1

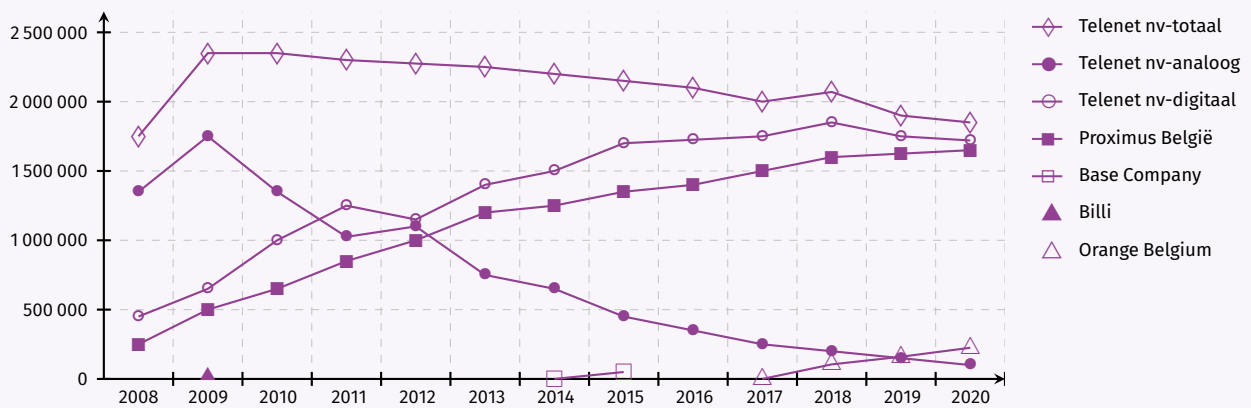
- Vul bovenstaande tabel aan.
- Plaats de gegevens uit de tabel op een grafiek.
- Welk verband is er tussen het aantal personen (p) en het aantal stukken taart (t)?
- Druk dit verband met een formule uit.

b) Taartfeestje



- omgekeerd evenredig
- $t = \frac{20}{p}$



Evolutie van het aantal kabelabonnees (coax en iptv)

Bron: VRM op basis van informatie uit jaarverslagen

- Beschrijf de evolutie bij Proximus België.
- Verklaar waarom de grafiek voor Base Company plots stopt.
- Jarne zegt: "De grafiek van Telenet nv (analoog) blijft maar verder dalen. Telenet heeft na 2012 een pak minder klanten dan Proximus." Beoordeel deze uitspraak.
- Welke dienstverdelers kende de sterkste stijging? Hoe zie je dat op de grafiek?

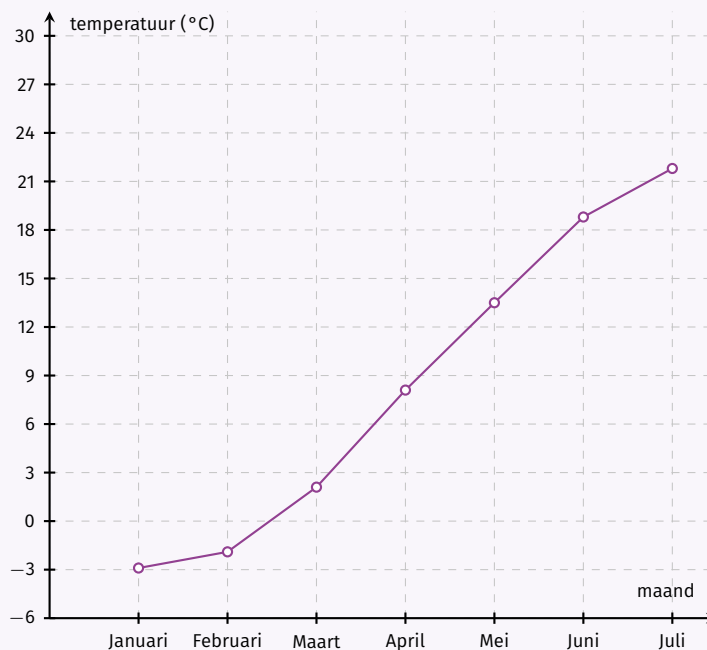
- Het aantal kabelabonnees (coax en iptv) neemt toe.
- Base company stopte in 2015 (en werd overgenomen door Telenet).
- De grafiek van Telenet nv (analoog) blijft inderdaad dalen, maar Telenet heeft meer klanten dan Proximus als je kijkt naar Telenet nv totaal.
- Telenet nv kende de sterkste stijging (in de periode 2008-2009). Dat zie je aan de steile lijn in de grafiek.



16

Mag Imani deze informatie gebruiken om de opwarming van de aarde aan te tonen?
Verklaar jouw antwoord.

GEMIDDELDE MAANDTEMPERATUUR VOOR 2018	
MAAND	TEMPERATUUR (°C)
Januari	−3,1
Februari	−2,2
Maart	2,1
April	8,1
Mei	13,5
Juni	18,8
Juli	21,8



Neen, het is logisch dat de gemiddelde maandtemperatuur tussen januari en juli stijgt, aangezien januari een wintermaand is en juli een zomermaand op het noordelijk halfrond. Imani moet deze gegevens vergelijken met gelijkaardige gegevens uit vorige jaren en in alle maanden om een uitspraak te doen over de evolutie van de temperatuur op de plaats waar de metingen gebeurden.

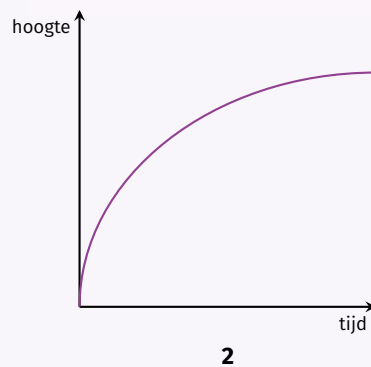


17

Een zwembad zoals op de tekening wordt tot aan de rand gevuld. Welk van onderstaande grafieken drukt de hoogte van het water uit in functie van de tijd die nodig is om het zwembad te vullen?



Grafiek 3

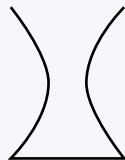


18

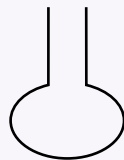
4 bloemvazen worden gevuld met water. De grafieken geven het verband weer tussen de hoogte (h) van het water in de vaas in functie van de tijd (t). Welke grafiek hoort bij welke vaas?



1



2



3



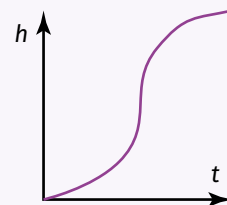
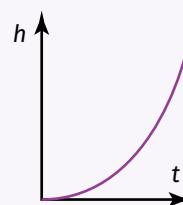
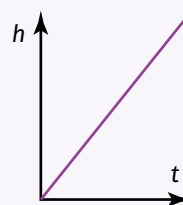
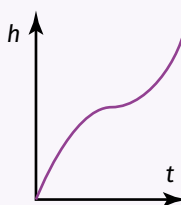
4

A

B

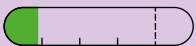
C

D



Burger



	Man	Vrouw
Calorieën: 490		
		
aanbevolen dagelijkse hoeveelheid		
Vet: 24 g		
		
aanbevolen dagelijkse hoeveelheid		
 Cardio	 42 min	 51 min
 Gewichtheffen	 57 min	 68 min

Bron: www.buddyloans.com

- Stel een formule op die uitdrukt hoeveel minuten een man aan cardiotraining moet doen om n calorieën te verbranden.
- Stel een formule op die uitdrukt hoeveel minuten een man aan krachttraining moet doen om n calorieën te verbranden.
- Doe nu hetzelfde voor een vrouw.
- Louis eet een andere hamburger met maar 400 calorieën. Hoeveel minuten moet hij aan krachttraining doen?
- Hoeveel calorieën worden er ongeveer verbrand als een vrouw 1 uur aan cardiotraining doet?

$$a) t = \frac{42}{490} \cdot n = \frac{3}{35}n$$

$$b) t = \frac{57}{490} \cdot n$$

$$c) \text{ cardio: } t = \frac{51}{490} \cdot n \text{ en gewichtheffen: } t = \frac{68}{490} \cdot n = \frac{34}{245}n$$

$$d) t = \frac{57}{490} \cdot 400$$

$$t \approx 46,53$$

Antwoord: Louis moet ongeveer 46,53 minuten aan krachttraining doen.

$$e) 60 = \frac{51}{490} \cdot n$$

$$\frac{29\,400}{51} = n$$

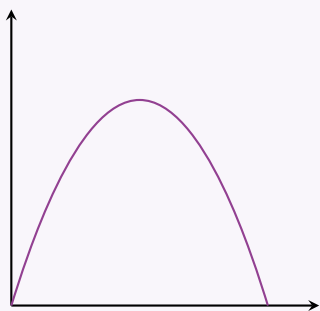
$$576,47 \approx n$$

Antwoord: Een vrouw verbrandt ongeveer 576,47 calorieën.

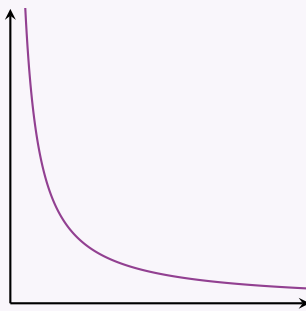


20

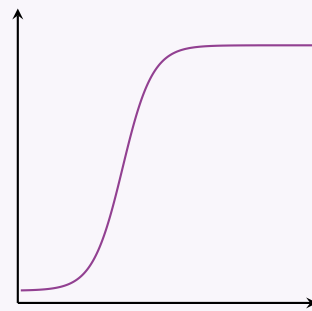
Bedenk bij elke grafiek een verband tussen twee grootheden zodat de grafiek een weergave is van dit verband.



1



2



3

- 1) x = horizontale verplaatsing in m
 y = hoogte in m
 bij het omhoog gooien van een basketbal
- 2) x = tijd in jaren
 y = prijs in euro
 bij de prijs van zonne-energie doorheen de tijd
- 3) x = tijd in minuten
 y = gemiddelde snelheid in km/uur
 bij het vertrekken uit een woonwijk naar het rijden op de autosnelweg met cruise control



21

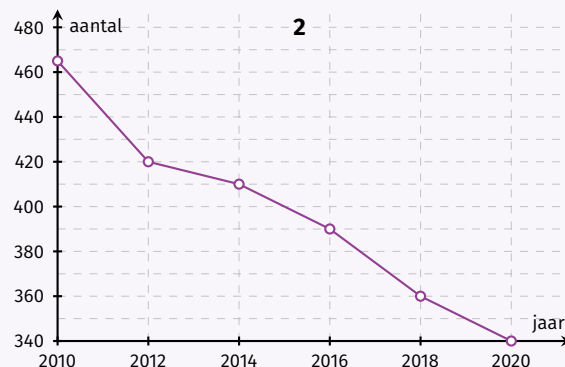
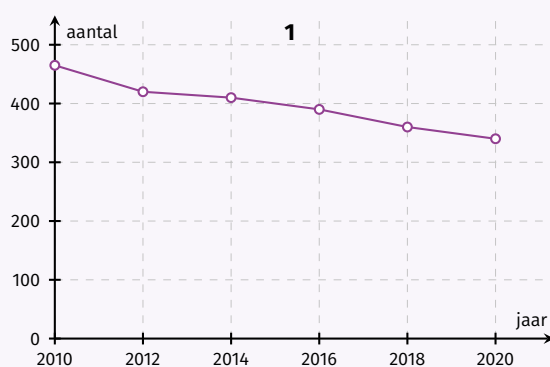
Noteer een formule die het verband uitdrukt tussen x en y .

- a) Een getal is het omgekeerde van een ander getal.
- b) Een getal is het tegengestelde van een ander getal.
- c) Een getal is het andere getal zonder toestandsteken.

- a) $y = \frac{1}{x}$
- b) $y = -x$
- c) $y = |x|$



Hieronder vind je de evolutie van het aantal fietsdiefstallen in de stad.



JAAR	2010	2012	2014	2016	2018	2020
AANTAL FIETSDIEFSTALLEN	465	420	410	390	360	340

- Welke grafiek is volgens jou de beste weergave van de informatie? Verklaar je antwoord.
- Welke informatie zou jij in de krant laten plaatsen?
- Hoeveel fietsdiefstallen waren er in 2019?
- Met hoeveel procent is het aantal fietsdiefstallen gedaald sinds 2010?
- In welke periode was de daling het sterkst?
- Volgens de verwachtingen zullen er in 2024 maar 300 fietsdiefstallen meer zijn.
Is dit realistisch?

- Grafiek 2 lijkt de beste weergave van de informatie, omdat de cijfers gemakkelijker af te lezen zijn, maar deze grafiek geeft een vertekend beeld, aangezien de y-as niet bij nul begint.
- De tabel, omdat de cijfers gemakkelijker af te lezen zijn, of grafiek 2, omdat deze de evolutie het duidelijkst weergeeft.
- Waarschijnlijk een aantal tussen de 340 en 360.
- $$\left. \begin{array}{l} 465 \rightarrow 100\% \\ 360 \rightarrow 77,42\% \end{array} \right\} 100\% - 77,42\% = 22,58\%$$

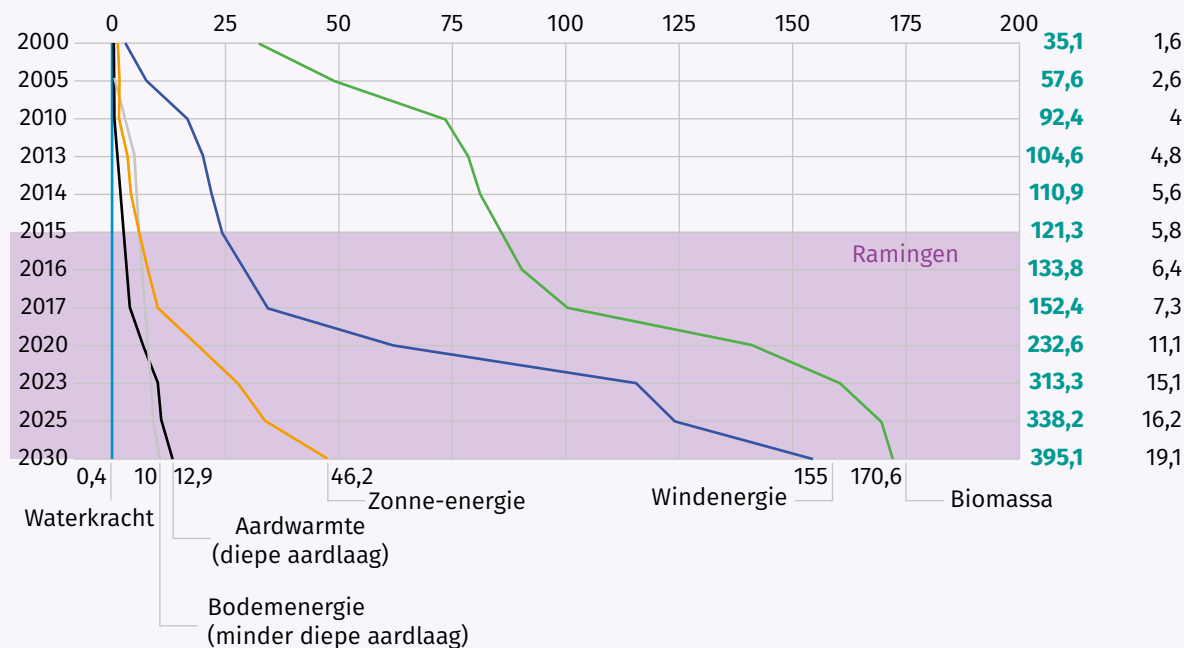
Antwoord: Het aantal fietsdiefstallen is sinds 2010 gedaald met ongeveer 22,58%
- Tussen 2010 en 2012.
- Als de trend zich doorzet, zou dit kunnen.



Hoeveel energie haalt Nederland uit hernieuwbare bronnen?

Energieverbruik in petajoule (1 petajoule = 278 miljoen kWh)

Totale hoeveelheid verbruikte
hernieuwbare energie (in petajoule) als % totale
eindverbruik



Bron: nrc.next, 12 oktober 2015

- Welke informatie vind je in dit diagram?
- Wat is de betekenis van petajoule in de grafiek?
- Welke vorm van energie kent de sterkste toename?
- Plaats de verwachtingen voor 2030 in een tabel.
- Bereken het procentueel aandeel voor elke energiebron voor het jaartal 2030.

a) hoeveel petajoule verschillende hernieuwbare bronnen produceren

b) 1 petajoule = 278 miljoen kWh

c) windenergie

d)

hernieuwbare bron	waterkracht	bodemenergie	aardwarmte	zonne-energie	windenergie	biomassa
energieverbruik in petajoule	0,4	10	12,9	46,2	155	170,6

e) – waterkracht: $\frac{0,4}{395,1} \cdot 100 \approx 0,10\%$

– bodemenergie: $\frac{10}{395,1} \cdot 100 \approx 2,53\%$

– aardwarmte: $\frac{12,9}{395,1} \cdot 100 \approx 3,26\%$

– zonne-energie: $\frac{46,2}{395,1} \cdot 100 \approx 11,69\%$

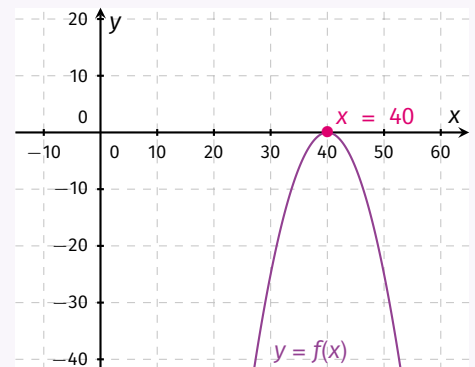
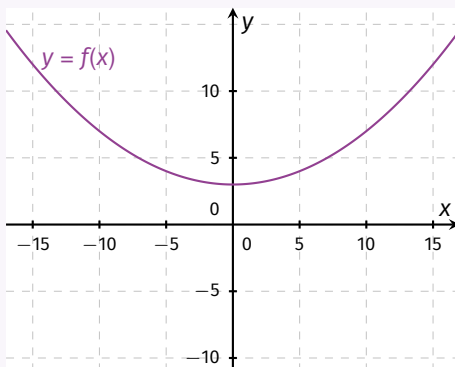
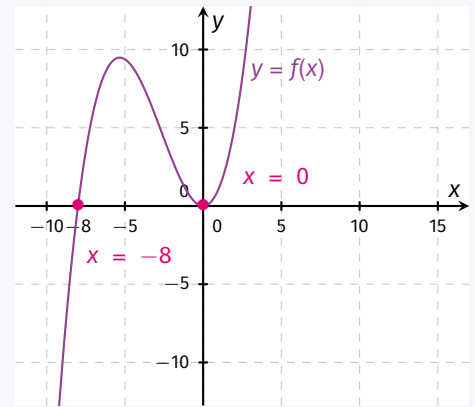
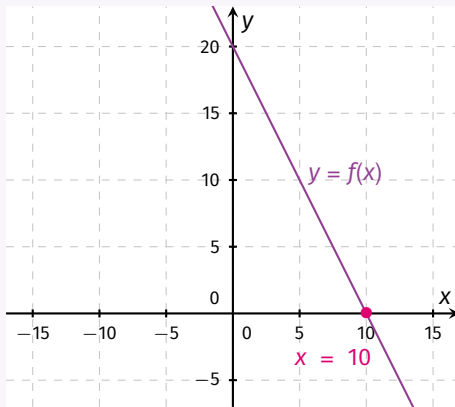
– windenergie: $\frac{155}{395,1} \cdot 100 \approx 39,23\%$

– biomassa: $\frac{170,6}{395,1} \cdot 100 \approx 43,18\%$



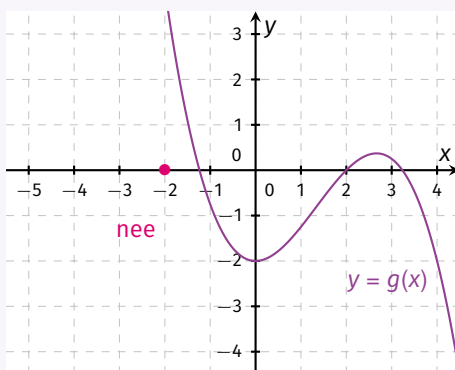
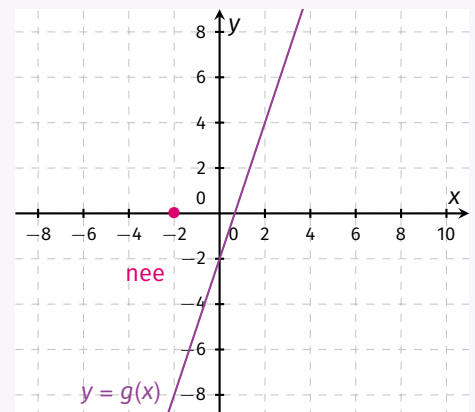
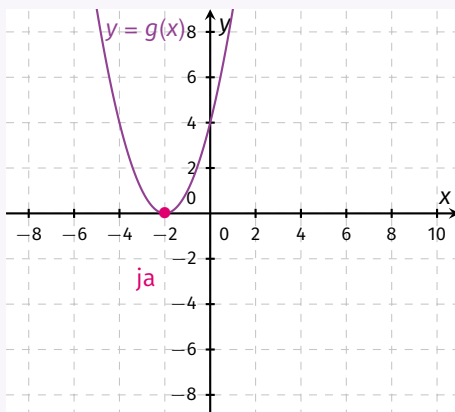
24

Duid het snijpunt van de functie met de x-as aan op de grafiek. Bepaal de nulwaarde(n).



25

Gebruik de grafiek van de functie om te bepalen of -2 een nulwaarde is van deze functie.



26

Jente bedenkt een systeem om te coderen. Hij gebruikt volgend schema.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	A	B	C	2	D	E	F	3	G	H	I	J	K	4	L	M	N	O	P	5	Q	R	S	T	U

Voorbeeld: FUNCTIE wordt dan D5KBP32.

- Is het verband tussen het originele woord en het gecodeerde woord een functie?
- Codeer het woord NULWAARDE.
- Wat was het originele woord als het gecodeerde woord C4J23K is?

Loric bedenkt een ander systeem om te coderen. Hij gebruikt volgend schema.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8

- Is dit verband tussen het originele woord en het gecodeerde woord een functie? Verklaar je antwoord aan de hand van een voorbeeld.

- ja (bij elke x -waarde hoort slecht één y -waarde)
- K5IR11NC2
- DOMEIN
- ja, als de originele waarden x -waarden zijn en de gecodeerde waarden y -waarden, want dan hoort bij elke x -waarde slechts één y -waarde. Bv. FUNCTIE wordt 6353295. Omgekeerd geldt dit niet! Bv. 6353295 kan verschillende omzettingen hebben.

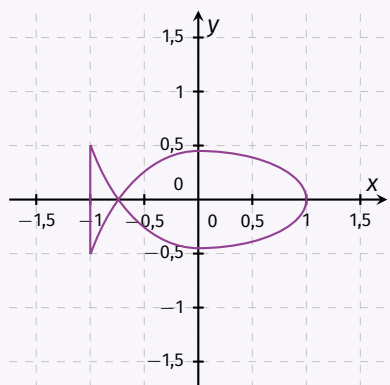
27

Verbind met het juiste begrip.

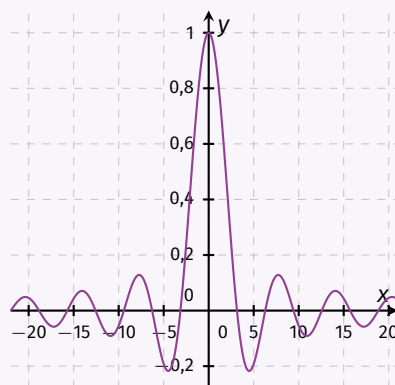
- $f(x) = -2x + 4$
 - $\text{dom } f = \mathbb{R}$
 - $\text{ber } f = \mathbb{R}$
 - $f(2) = 0$
- Het domein van de functie f is de verzameling van alle reële getallen.
 - 2 is een (de) nulwaarde van de functie f .
 - De functie f heeft als functievoorschrift $f(x) = -2x + 4$.
 - Het bereik van de functie f is de verzameling van alle reële getallen.

28

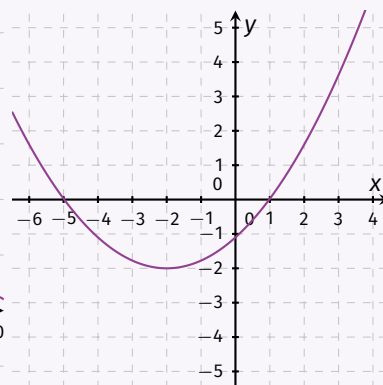
Welke grafieken zijn grafieken van functies?



1



2



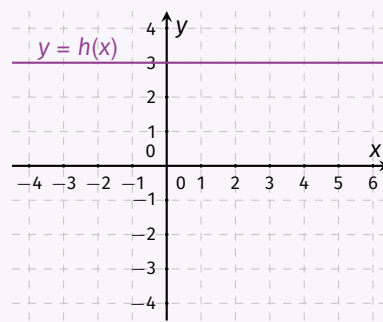
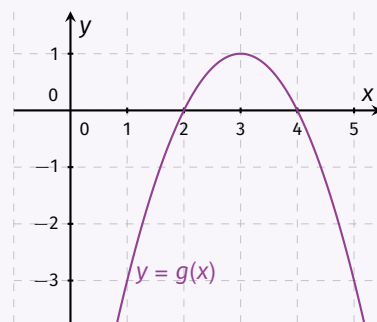
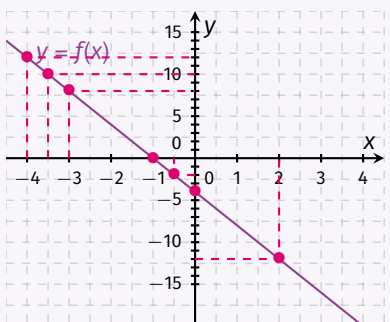
3

2 en 3



29

Gegeven: drie grafieken van functies



a) Vul in.

$f(-3) = 8$

$f(-1) = 0$

$f(0) = -4$

$f(2) = -12$

$f(-4) = 12$

$f(2) = -12$

$f(-3,5) = 10$

$f(-0,5) = -2$

b) Vervolledig de tabel.

x	1	2	3	4	5
g(x)	-3	0	1	0	-3

c) Wat stel je vast als je alle functiewaarden hieronder invult?

$h(-4) = 3$

$h(-3) = 3$

$h(-2) = 3$

$h(-1) = 3$

$h(0) = 3$

$h(1) = 3$

$h(2) = 3$

$h(3) = 3$

$h(4) = 3$

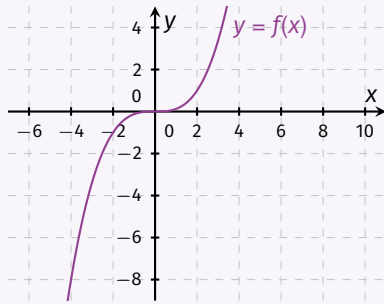
$h(5) = 3$

Antwoord: Alle functiewaarden zijn 3.

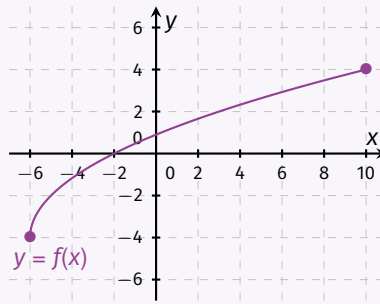


30

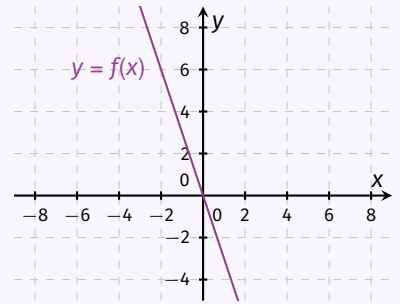
Bepaal aan de hand van de grafiek van de functie het domein van de functie en het bereik van de functie.



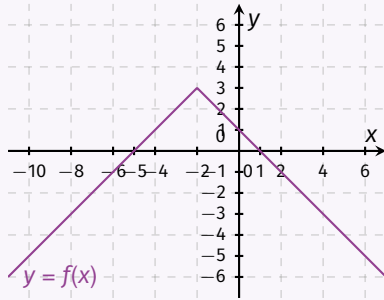
1



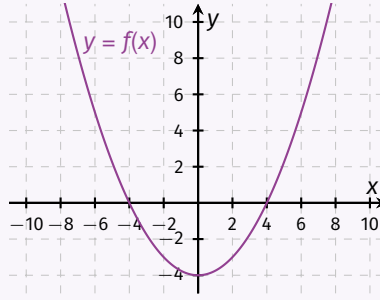
2



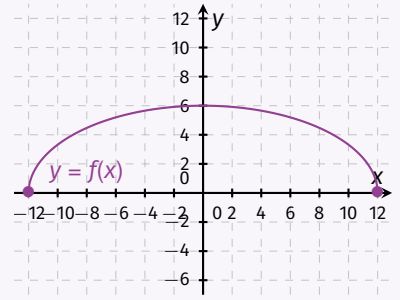
3



4



5



6

- 1) $\text{dom } f = \mathbb{R}$ en $\text{ber } f = \mathbb{R}$
- 2) $\text{dom } f = [-6, 10]$ en $\text{ber } f = [-4, 4]$
- 3) $\text{dom } f = \mathbb{R}$ en $\text{ber } f = \mathbb{R}$
- 4) $\text{dom } f = \mathbb{R}$ en $\text{ber } f =]-\infty, 3]$
- 5) $\text{dom } f = \mathbb{R}$ en $\text{ber } f = [-4, +\infty[$
- 6) $\text{dom } f = [-12, 12]$ en $\text{ber } f = [0, 6]$



31

Bepaal de nulwaarde voor de volgende functies.

a) $f(x) = -3x + 9$

b) $g(x) = 5x - 4$

c) $h(x) = \frac{-3}{5}x + 2$

d) $k(x) = 0,25x - 1$

a) $0 = -3x + 9$

$-9 = -3x$

$\frac{-9}{-3} = x$

$3 = x$

c) $0 = \frac{-3}{5}x + 2$

$-2 = \frac{-3}{5}x$

$\frac{-10}{-3} = x$

$\frac{10}{3} = x$

b) $0 = 5x - 4$

$4 = 5x$

$\frac{4}{5} = x$

d) $0 = 0,25x - 1$

$1 = 0,25x$

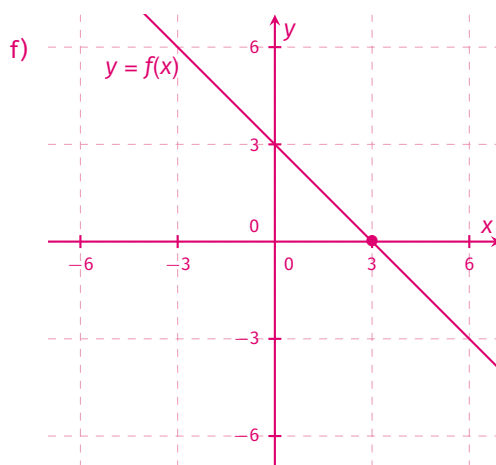
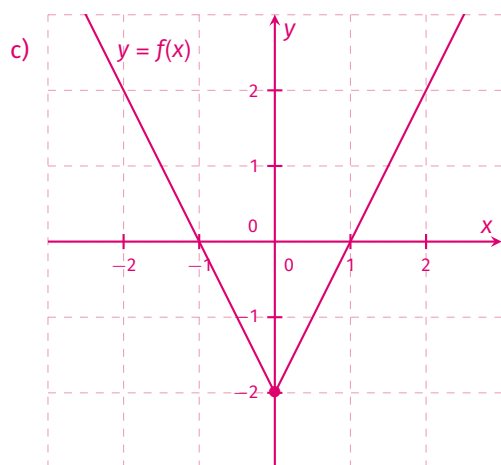
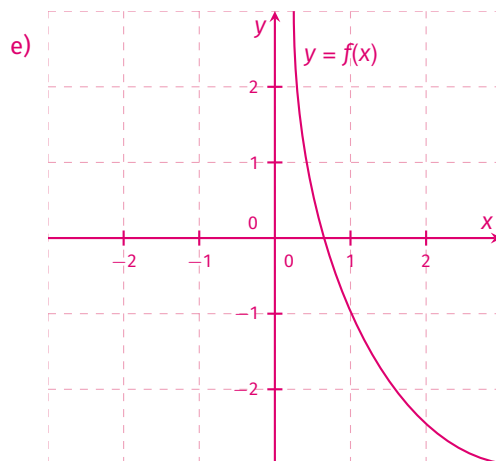
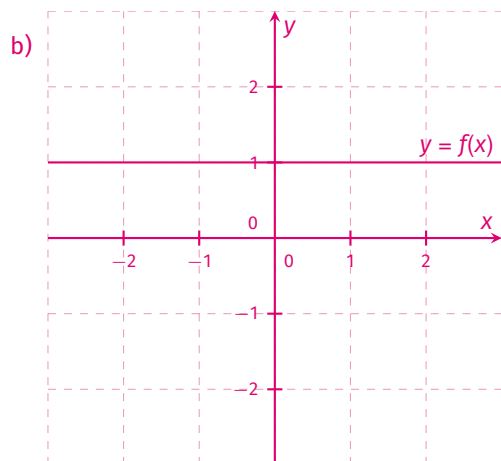
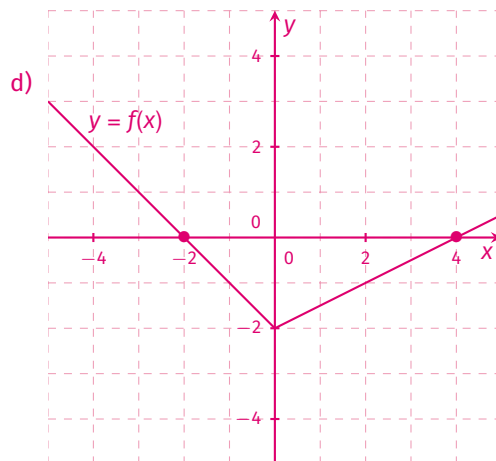
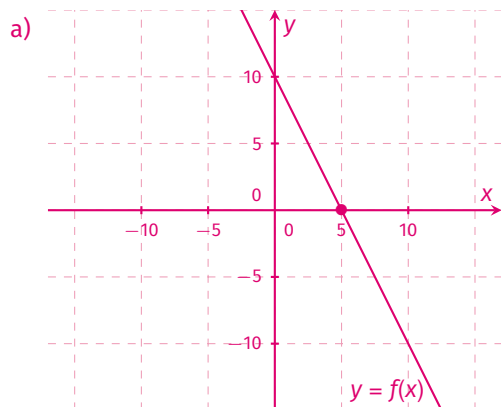
$\frac{1}{0,25} = x$

$4 = x$



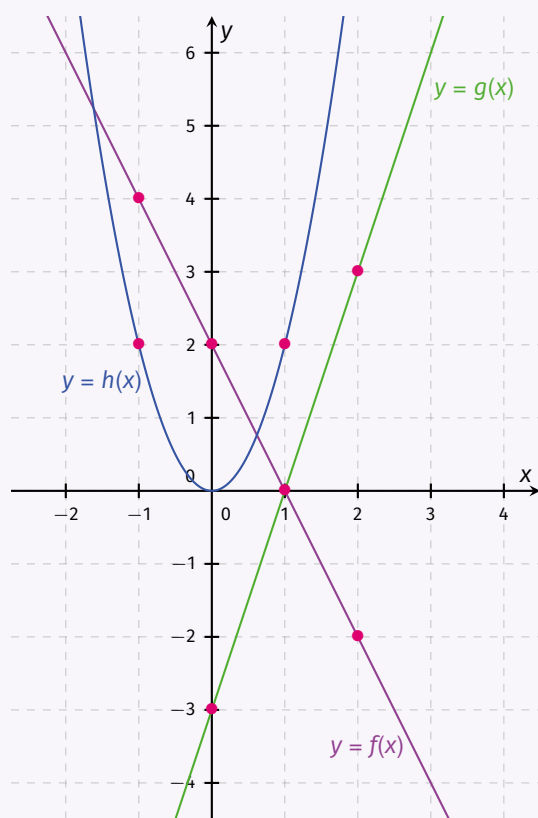
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $f(5) = 0$.
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $\text{dom } f = \mathbb{R}$.
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $\text{ber } f = [-2, +\infty[$.
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $f(-2) = 0$ en $f(4) = 0$.
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $\text{dom } f =]0, +\infty[$ en $\text{ber } f = \mathbb{R}$.
- Teken de grafiek van een functie f waarbij $\text{ber } f = \mathbb{R}$ en $f(3) = 0$.

Bv.



33

Lees af en vul in.



a) $f(2) = \dots$

f) $h(\dots) = 0$

b) $f(\dots) = 2$

g) $f(-1) = \dots$

c) $g(2) = \dots$

h) $g(0) = \dots$

d) $g(\dots) = 0$

i) $h(-1) = \dots$

e) $h(1) = \dots$

j) $f(\dots) = -2$

a) $f(2) = -2$

f) $h(0) = 0$

b) $f(0) = 2$

g) $f(-1) = 4$

c) $g(2) = 3$

h) $g(0) = -3$

d) $g(1) = 0$

i) $h(-1) = 2$

e) $h(1) = 2$

j) $f(2) = -2$



Gegeven: $g(x) = 3x - 5$

a) Bereken de functiewaarden.

$$g(-3) = \dots \quad g(-2) = \dots \quad g(-1) = \dots \quad g(0) = \dots \quad g(1) = \dots \quad g(2) = \dots \quad g(3) = \dots$$

b) Teken de grafiek van de functie g .

c) Bepaal het domein van de functie g en het bereik van de functie g .

d) Bereken de nulwaarde.

e) Duid de nulwaarde aan op de grafiek van de functie g .

a) $g(-3) = 3(-3) - 5 = -14$

$$g(-2) = 3(-2) - 5 = -11$$

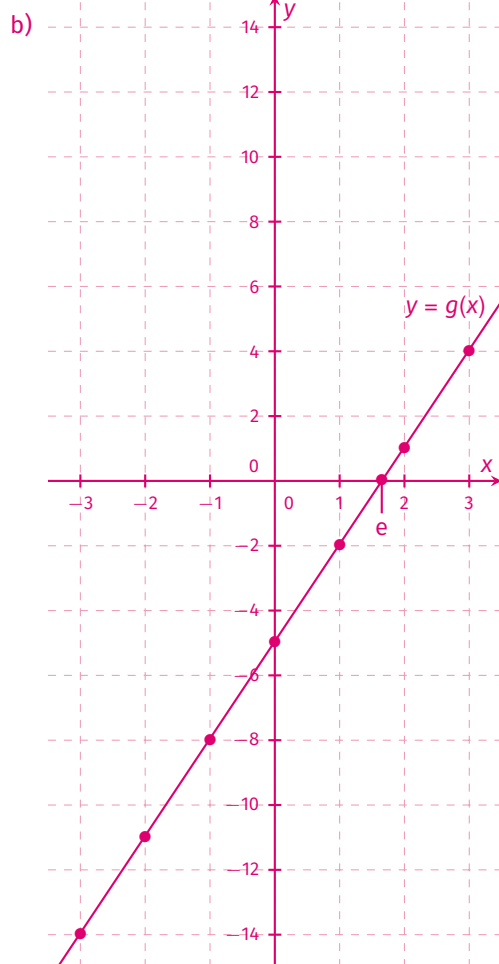
$$g(-1) = 3(-1) - 5 = -8$$

$$g(0) = 3 \cdot 0 - 5 = -5$$

$$g(1) = 3 \cdot 1 - 5 = -2$$

$$g(2) = 3 \cdot 2 - 5 = 1$$

$$g(3) = 3 \cdot 3 - 5 = 4$$



c) $\text{dom } g = \mathbb{R}$ en $\text{ber } g = \mathbb{R}$

d) $0 = 3x - 5$

$$5 = 3x$$

$$\frac{5}{3} = x$$

e) zie grafiek



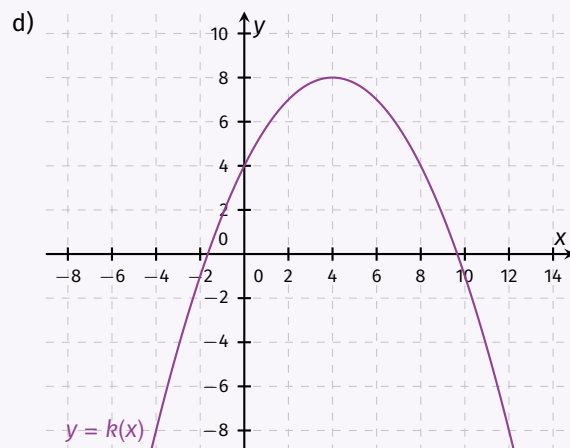
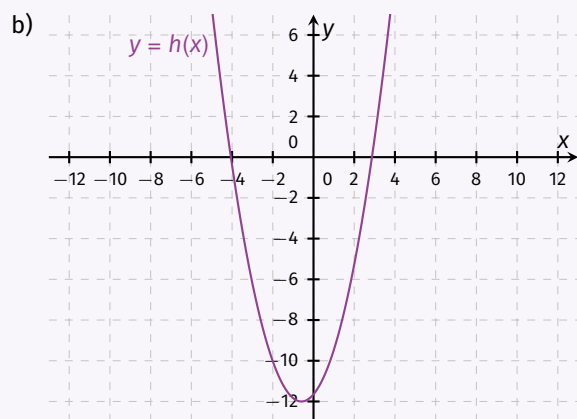
35

Van welke functie(s) is 4 een nulwaarde?

a)

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	1	4	7	10

c) $g(x) = -2x + 8$



c



36

Gegeven: functie f met als voorschrift $f(x) = x^2 - 4x$

Welke uitspraken zijn juist?

- a) $f(4)$ is een origineel.
- b) $f(10) = 60$ betekent dat het punt $(60, 10)$ op de grafiek van f ligt.
- c) De vergelijking $f(x) = -3$ heeft twee oplossingen.
- d) Bij elke waarde van x hoort precies één waarde van y .
- e) De grafiek van f gaat door de oorsprong.

- a) fout
- b) fout (Het betekent dat het punt $(10, 60)$ op de grafiek ligt.)
- c) juist
- d) juist
- e) $f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 = 0 \rightarrow$ juiste uitspraak



37

Bepaal de onafhankelijke grootte en de afhankelijke veranderlijke.

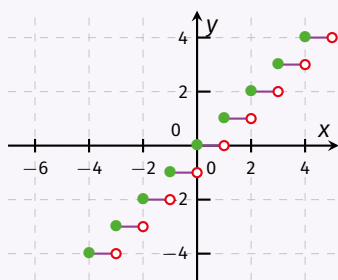
- De omtrek van een vierkant hangt af van de lengte van de zijde van het vierkant.
- De snelheid waarmee je fietst is bepalend voor de afstand die je aflegt in 1 uur.
- Een elektriciteitskabel krimpt naarmate de temperatuur daalt.
- De temperatuur is afhankelijk van de hoogte boven de zeespiegel.

- onafhankelijke grootte: lengte van de zijde van het vierkant
afhankelijke veranderlijke: de omtrek van het vierkant
- onafhankelijke grootte: de snelheid waarmee je fietst
afhankelijke veranderlijke: de afstand die je aflegt in 1 uur
- onafhankelijke grootte: de temperatuur
afhankelijke veranderlijke: de lengte van de elektriciteitskabel
- onafhankelijke grootte: de hoogte boven de zeespiegel
afhankelijke veranderlijke: de temperatuur

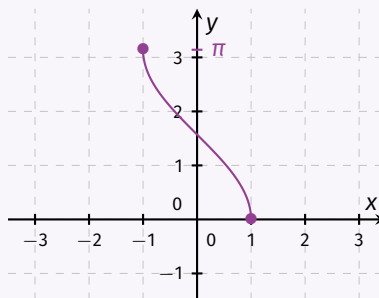


38

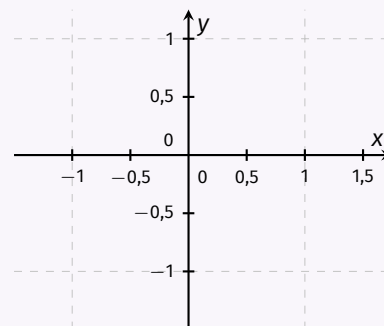
- Is de grafiek een grafiek van een functie?
- Indien ja, bepaal het domein van de functie en het bereik van de functie.



1



2



3

- ja
 - $\text{dom } f = \mathbb{R}$ en $\text{ber } f = \mathbb{Z}$
- ja
 - $\text{dom } f = [-1, 1]$ en $\text{ber } f = [0, \pi]$
- nee
 - /





Op de Thorntonbank voor de Belgische kust werd een windmolenpark aangelegd om electriciteit op te wekken. Het vermogen van zo'n windturbine wordt uitgedrukt met volgende formule:

$$P = 0,00013 \cdot v^3 \cdot D^2$$

met P : het vermogen in kW

v : de windsnelheid in m/s

D : 2 keer de wieklengte in m



- Hoeveel wekt een windturbine op met een wiek van 60 m en een windsnelheid van 5 m/s?
- Een computer heeft een vermogen nodig van 600 kW. Welke windsnelheid heb je nodig om dit vermogen te kunnen opwekken als de wiek 60 m lang is?
- Aan de Belgische kust komen windsnelheden van 0 tot 15 m/s voor. De wieken hebben een lengte van 40 m. Vul de tabel verder aan.

WINDSNELHEID	0	5	10	15
VERMOGEN	0	104	832	2808

- Maak een schets van de grafiek waarin het vermogen wordt uitgedrukt in functie van de windsnelheid.

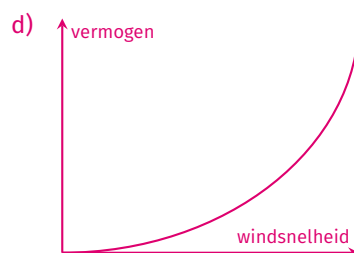
$$\begin{aligned}
 \text{a) } P &= 0,00013 \cdot v^3 \cdot D^2 \\
 &= 0,00013 \cdot 5^3 \cdot (60 \cdot 2)^2 \\
 &= 0,00013 \cdot 125 \cdot 14\,400 \\
 &= 234
 \end{aligned}$$

Antwoord: De windturbine heeft een vermogen van 234 kW.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } P &= 0,00013 \cdot v^3 \cdot D^2 \\
 v^3 &= \frac{P}{0,00013 \cdot D^2} \\
 v &= \sqrt[3]{\frac{P}{0,00013 \cdot D^2}} = \sqrt[3]{\frac{600}{0,00013 \cdot 14\,400}} \approx 6,84
 \end{aligned}$$

Antwoord: Je hebt een windsnelheid nodig van $6,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

- | windsnelheid | 0 | 5 | 10 | 15 |
|--------------|---|-----|-----|------|
| vermogen | 0 | 104 | 832 | 2808 |



Voor het versturen van brieven buiten het gewone formaat hanteert bpost volgende tarieven uitgedrukt in het aantal postzegels (€ 0,84):

MASSA BRIEF		0 - 100 g	100 - 350 g	350 g - 1 kg	1 kg - 2 kg
TARIEF	# POSTZEGELS	2	3	5	7
	EURO	1,68	2,52	4,2	5,88

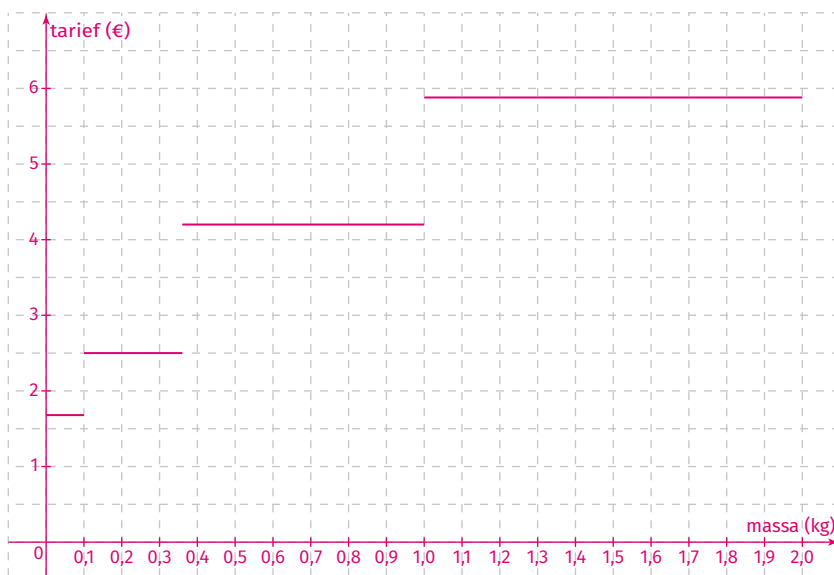
- Bereken voor elke massacategorie de bijhorende kostprijs.
- Is het tarief een functie van de massa?
Zo ja, teken de grafiek.
- Is de massa een functie van het tarief?
Zo ja, teken de grafiek.



a)

Gewicht brief		0 - 100 g	100 - 350 g	350 g - 1 kg	1 kg - 2 kg
Tarief	# postzegels	2	3	5	7
	euro	1,68	2,52	4,2	5,88

b) ja



c) Nee, anders zijn er meerdere y-waarden voor elke x-waarde.



41

Ligt het punt onder, boven of op de x-as?

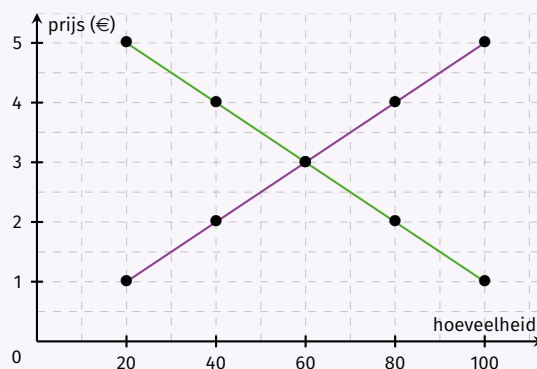
- a) $A(-3, 1)$ b) $B(2, -4)$ c) $C(-2, 0)$ d) $D(0, 5)$ e) $E(-1, -2)$ f) $F(3, 2)$

- a) boven
b) onder
c) op
d) boven
e) onder
f) boven

42

Hieronder worden de vraag en het aanbod voor een product grafisch voorgesteld op basis van de tabel.

PRIJS (euro)	AANGEBODEN HOEVEELHEID	GEVRAAGDE HOEVEELHEID
1,00	20	100
2,00	40	80
3,00	60	60
4,00	80	40
5,00	100	20

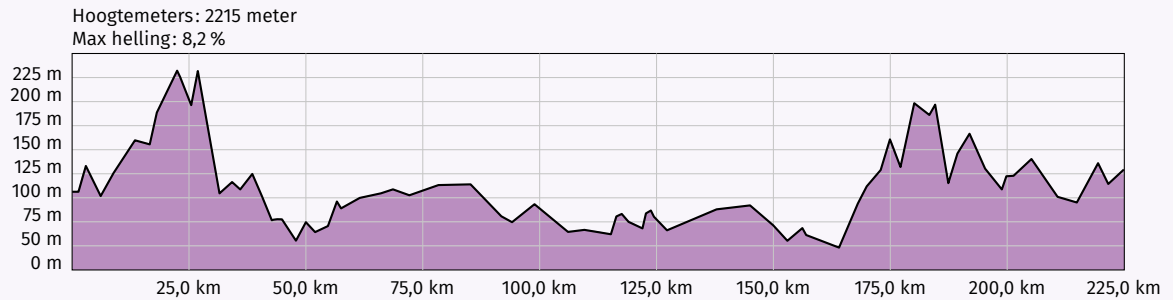


- a) Welke grafiek is de vraagcurve en welke is de aanbodcurve?
b) Bepaal de gevraagde hoeveelheid en de aangeboden hoeveelheid bij een prijs van 2,5 euro.
c) Wanneer is de aangeboden hoeveelheid gelijk aan de gevraagde hoeveelheid?
d) Wanneer is de aangeboden hoeveelheid groter dan de gevraagde hoeveelheid?

- a) paars = aanbodcurve
groen = vraagcurve
b) De gevraagde hoeveelheid is 70 en de aangeboden hoeveelheid 50.
c) Als de prijs 3 euro is.
d) Als de prijs hoger dan 3 euro is.

43

Elk jaar kun je als wielervriend in Nederland meedoen aan Boogie's Extreme, de officiële toertocht van Michael Booger. Je kunt er kiezen uit een parcours van 30, 60, 100, 160 of 225 km.



- Op welk punt van de tocht bereikt men de maximale hoogte?
- Schat over welke afstand je 200 m boven de zeespiegel fietst.
- Schat over welke afstand je onder 100 m boven de zeespiegel fietst.

- rond de 25,0 km
- 18 km → 28 km dus 10 km
- 40 km → 60 km en 88 km → 168 km dus 100 km

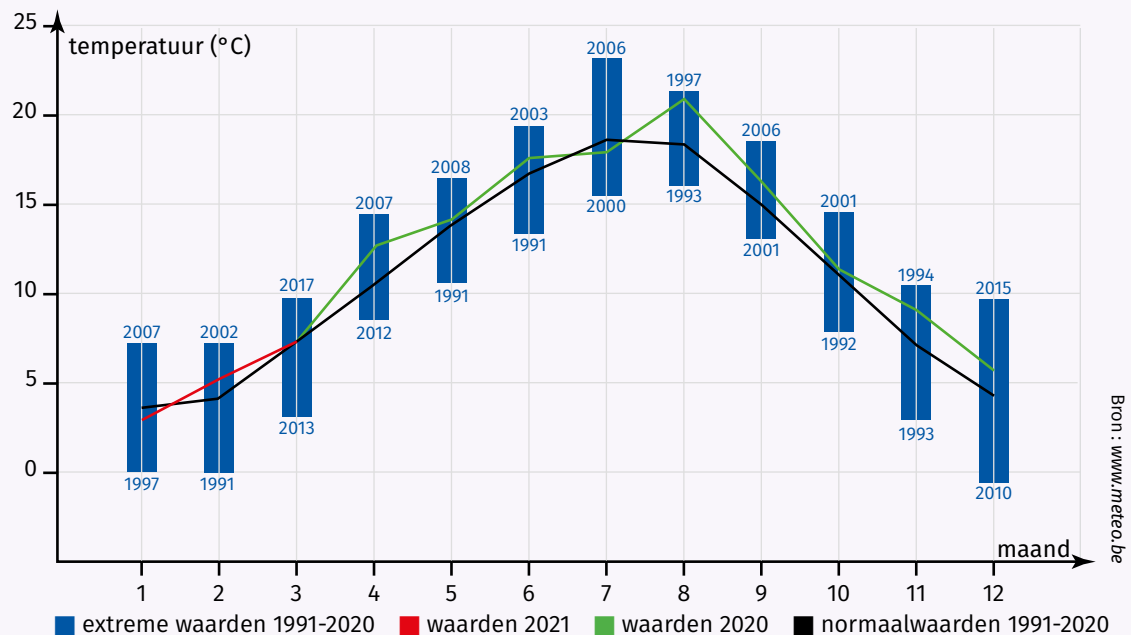


44

Hieronder zie je temperatuurgegevens uit Ukkel.

Gemiddelde maandtemperatuur, Ukkel

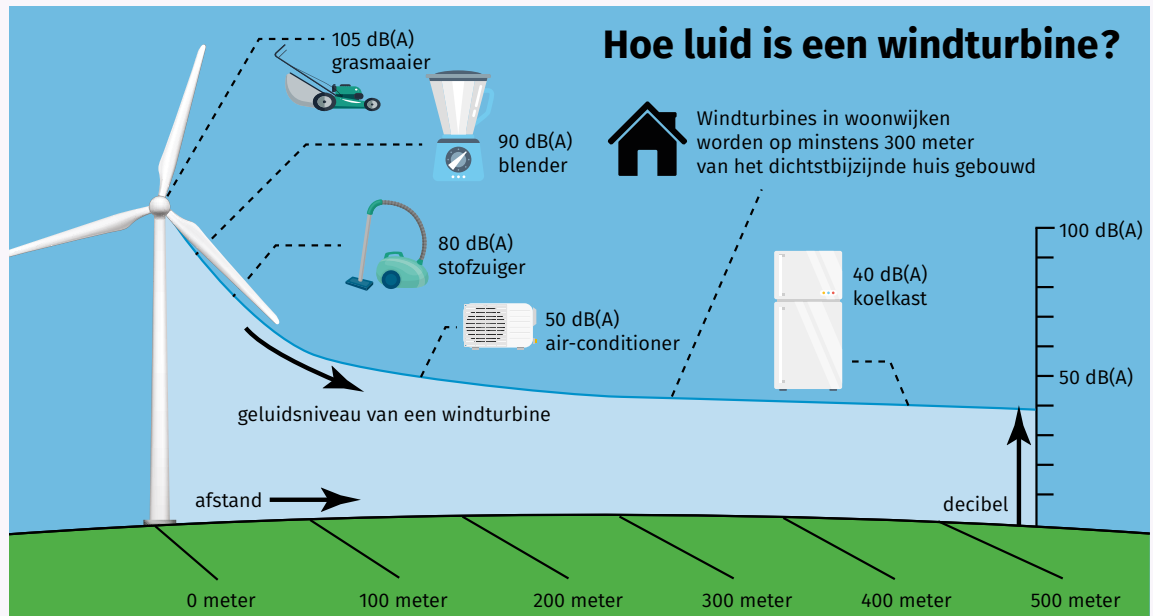
recente waarden, normaalwaarden (1991-2020) en extreme waarden (1991-2020)



- In welke maanden lagen de waarden van maart 2020 tot maart 2021 hoger dan de normale waarden?
- Wat betekent de groene lijn?
- In welk jaar lag de extreme waarde onder 0°C?
- In welke jaren lag de extreme waarde boven 15°C?
- Beoordeel de volgende uitspraak: "In 2020 was het warmer dan normaal."

- in elke maand behalve maart 2020, juli 2020 en januari 2021
- de gemiddelde maandtemperaturen van maart 2020 tot en met december 2020
- 2010
- 1997, 2003, 2006 en 2008
- Deze uitspraak klopt, aangezien er in minstens acht maanden een overstijging was van de normaalwaarden.





Bron: www.ge.com

- Welke grootheden worden hier in dit diagram weergegeven?
- Hoe ver ben je van een windturbine als je meer dan 50 dB(A) geluid opvangt?
- Hoeveel dB(A) vangen de dichtste huizen op?
- Hoe ver woon je minstens van een windturbine als je minder geluidshinder hebt dan van het geluid van een normale koelkast?

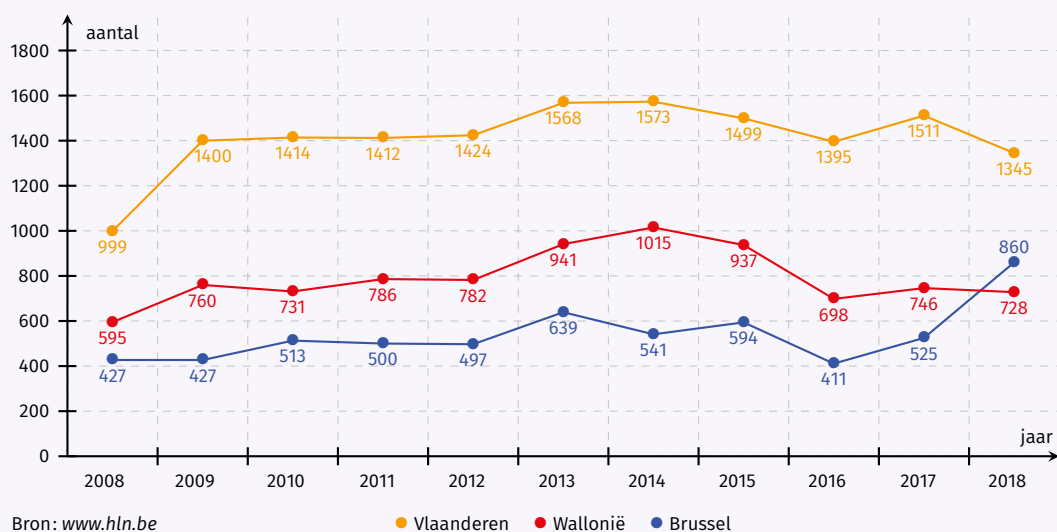
- de afstand tot de windturbine en het geluidsniveau van de windturbine
- op minder dan 175 meter
- 45 dB(A)
- verder dan 475 meter



Bekijk de grafische voorstelling en de tabellen.



Aantal faillissementen per gewest: eerste trimester



a) Welke informatie vind je in bovenstaand diagram?

Aantal faillissementen per jaar

	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Vlaams Gewest	4983	4918	4908	5356	5742	5285	4769	4760	4688	4415	4920	3744
Brussels Hoofdstedelijk Gewest	1788	1915	2348	2263	2652	2203	2142	1954	2639	3033	2978	1502
Waals Gewest	2649	2737	2968	2968	3346	3248	2851	2456	2641	2430	2700	1957
België	9420	9570	10224	10587	11740	10736	9762	9170	9968	9878	10598	7203

Aantal faillissementen per maand

	feb/20	mrt/20	apr/20	mei/20	jun/20	jul/20	aug/20	sep/20	okt/20	nov/20	dec/20	jan/21	feb/21
Vlaams Gewest	412	453	163	175	365	257	218	383	324	295	257	219	272
Brussels Hoofdstedelijk Gewest	210	189	52	26	138	93	69	141	122	132	97	89	69
Waals Gewest	243	227	83	69	167	134	103	205	168	168	135	137	158
België	865	869	298	270	670	484	390	729	614	595	489	445	499

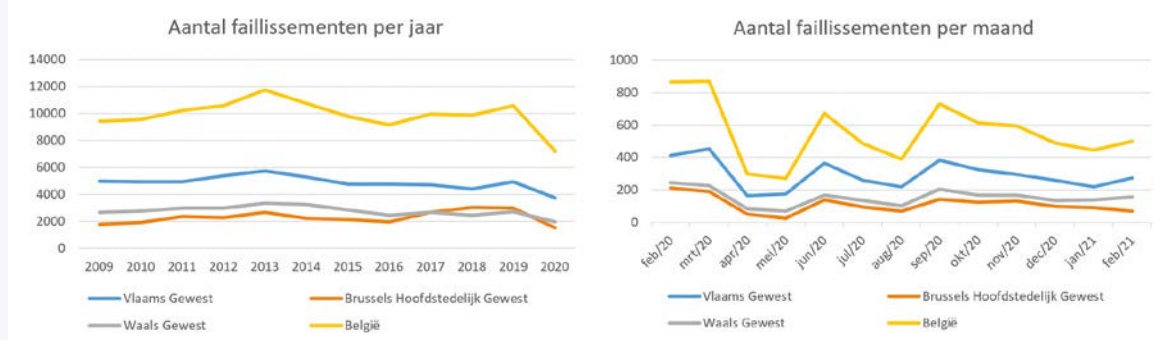
Bron: Statbel

b) Maak met ICT een lijndiagram voor beide tabellen.

c) Hoeveel faillissementen waren er in het tweede trimester van 2020 voor het Vlaamse gewest?

d) Formuleer een vaststelling voor 2020 en een vaststelling voor begin 2021.

- a) het aantal faillissementen per gewest in het eerste trimester van 2008 tot en met 2018
b) zie POLPO



c) $163 + 175 + 365 = 703$

d) - In april en mei 2020 waren er beduidend minder faillissementen in elk gewest dan in de rest van het jaar.

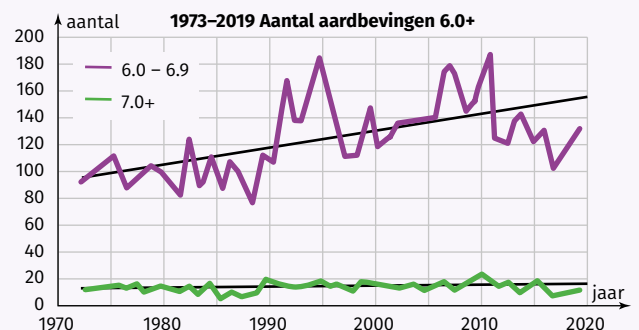
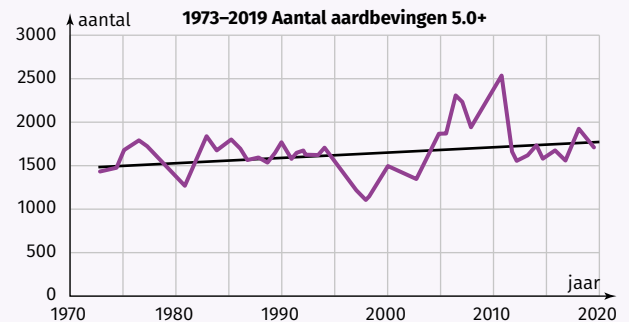
- In februari 2021 is het aantal faillissementen in het Vlaams en Waals Gewest gestegen in vergelijking met de maand ervoor.



47

Sinds 1973 zijn de gegevens van alle aardbevingen wereldwijd online beschikbaar. In de grafieken is de zwarte lijn steeds de trendlijn.

- Formuleer een algemeen besluit voor het aantal geregistreerde aardbevingen wereldwijd.
- Welke categorie aardbevingen kent de sterkste stijging?
- In welke jaren zijn er uitzonderlijk veel aardbevingen geregistreerd?
- Welk besluit kun je formuleren voor 2019?
- Zoek de informatie op voor dit jaar. Wat stel je vast?



Bron: earthquake.usgs.gov

- Het aantal geregistreerde aardbevingen neemt wereldwijd lichtjes toe.
- 6.0 – 6.9
- 1990 – 1995 en 2005 – 2010
- Er zijn minder geregistreerde aardbevingen wereldwijd dan normaal.
- antwoord van de leerlingen



